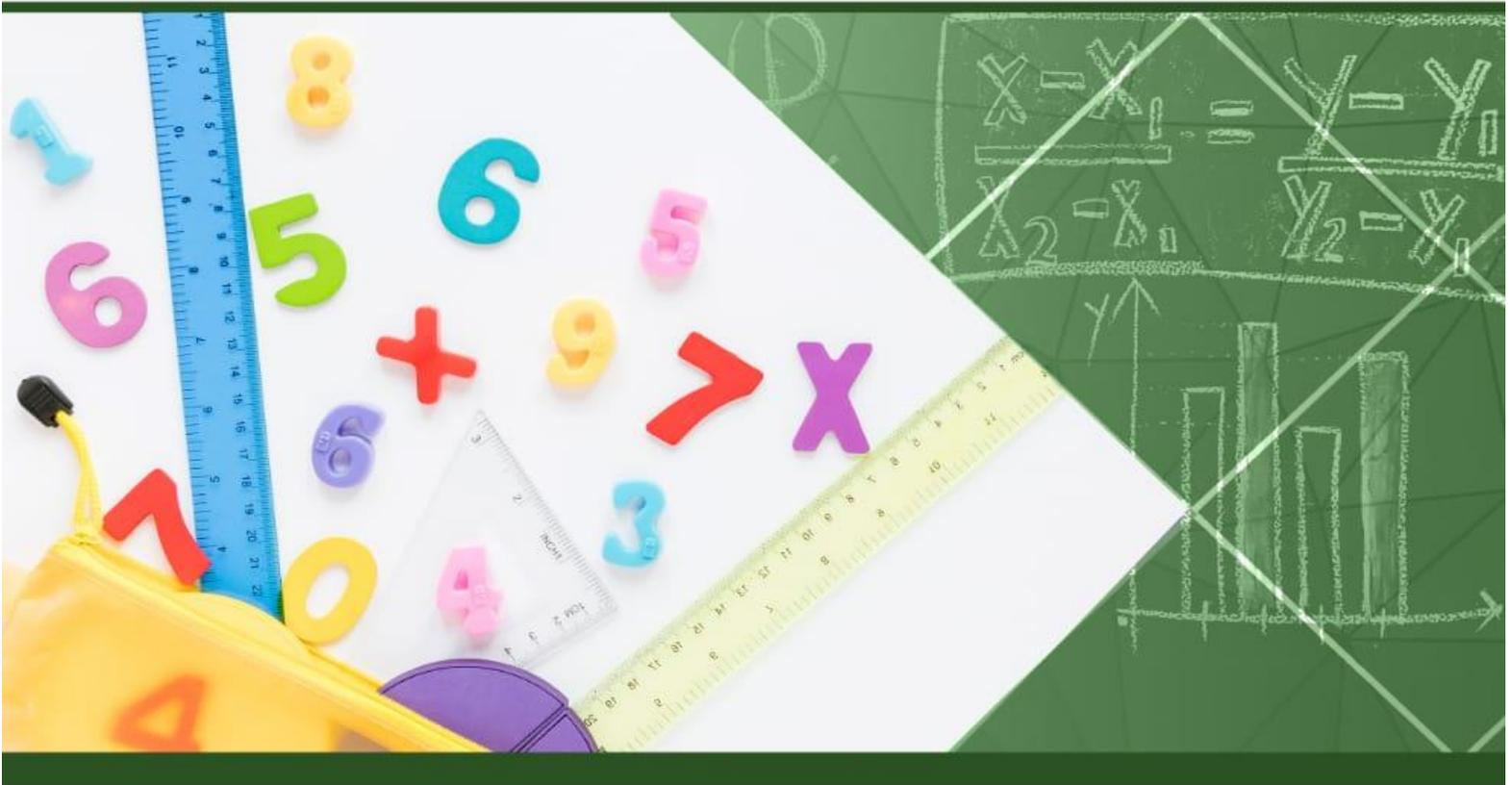


MATEMÁTICA 1



José Enrique Balladares Bastidas
Dennis Mauricio Jiménez Bonilla
Jéssica Isabel Vera Pérez

Ing. Ind. José Balladares Bastidas. Msc

Psc. Org. Dennis Jiménez Bonilla. Msc

Msc. Jéssica Vera Pérez. Msc

ISBN: 978-9942-8949-6-0



MATEMÁTICA BÁSICA
OCTAVO AÑO



Autores:

José Balladares Bastidas

Facultad de ciencias jurídicas y sociales de la educación

Universidad Técnica de Babahoyo

jballadares@utb.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0002-7703-4386>

Dennis Jiménez Bonilla

Facultad De Ciencias Jurídicas Y Sociales De La educación

Universidad Técnica De Babahoyo

djimenez@utb.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0002-0340-9376>

Jéssica Vera Pérez

Universidad Técnica De Babahoyo

Facultad De Ciencias Jurídicas Y Sociales De La educación

jvera@utb.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0002-7884-2713>



Primera Edición, agosto 2020

Gobernabilidad y participación ciudadana: GADS de Babahoyo

ISBN: 978-9942-8734-8-4 (eBook)

Editado por:

Universidad Técnica de Babahoyo

Avenida Universitaria Km 2.5 Vía a Montalvo

Teléfono: 052 570 368

© Reservados todos los derechos 2020

Babahoyo, Ecuador

www.utb.edu.ec

E-mail: editorial@utb.edu.ec

Este texto ha sido sometido a un proceso de evaluación por pares externos.

Diseño y diagramación, montaje y producción editorial

Universidad Técnica de Babahoyo

Babahoyo – Los Ríos – Ecuador

Queda prohibida toda la reproducción de la obra o partes de la misma por cualquier medio, sin la preceptiva autorización previa.

INDICE

NÚMERO ENTERO.....	1
Concepto.....	1
Valor opuesto	1
Valor absoluto	1
Ley de signos.....	2
ACTIVIDAD N° 1	2
Número entero.....	2
DEBER N° 1.....	3
Número entero.....	3
Orden de números enteros.....	3
Representación en la recta numérica.....	3
Ejemplos.....	3
ACTIVIDAD N° 2	4
Número entero.....	4
DEBER N° 2.....	5
Número entero.....	5
Ley de potencias y radicales.....	5
ACTIVIDAD N° 3	7
Número entero.....	7
DEBER N° 3.....	8
Número entero.....	8
SIMPLIFICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.....	9
Concepto.....	9
ACTIVIDAD N° 4	11
Simplificación de número entero	11
DEBER N° 4.....	12
Simplificación de número entero	12
SUCESIONES.....	13
Concepto.....	13
Progresión aritmética.....	14
ACTIVIDAD N° 5	15
Progresión geométrica.....	15

DEBER N° 5.....	17
Progresión aritmética.....	17
PROGRESIÓN GEOMÉTRICA	18
ACTIVIDAD N° 6	19
Progresión geométrica.....	19
DEBER N° 6.....	20
Progresión geométrica.....	20
NÚMERO RACIONAL.....	21
Concepto.....	21
Clasificación.....	21
Simplificación	21
ACTIVIDAD N° 7	22
Número racional.....	22
DEBER N° 7.....	23
Número racional.....	23
TEOREMA DE THALES.....	24
Concepto.....	24
ACTIVIDAD N° 8	25
Teorema de thales.....	25
DEBER N° 8.....	26
Teorema de Thales	26
TEOREMA DE PITÁGORAS.....	27
Concepto.....	27
Fórmula	27
ACTIVIDAD N° 9	29
Teorema de Pitágoras	29
DEBER N° 9.....	30
Teorema de pitágoras	30
AREA SOMBREADA.....	31
Cálculo de área sombreada.....	31
Fórmulas de figuras planas.....	31
Fórmula del área sombreada	32

ACTIVIDAD N° 10	33
Área sombreada.....	33
DEBER N° 10.....	34
Área sombreada.....	34
SISTEMA RADIÁN	35
Concepto.....	36
Conversión	36
Periodo	36
Frecuencia	36
ACTIVIDAD N° 11	36
Sistema radián	36
DEBER N° 11.....	37
Sistema radián	38
EXPRESIONES ALGEBRAICAS	39
Concepto.....	39
Clasificación.....	39
OPERACIONES BÁSICAS	39
ACTIVIDAD N° 12	41
Expresiones algebraicas	41
DEBER N° 12.....	42
Expresiones algebraicas	42
ACTIVIDAD N° 13	43
Expresiones algebraicas	43
DEBER N° 13.....	44
Expresiones algebraicas	44
ACTIVIDAD N° 14	45
Expresiones algebraicas	45
DEBER N° 14.....	45
Expresiones algebraicas	45
OPERACIONES COMBINADAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS	46
Concepto.....	46
ACTIVIDAD N° 15	46

Operaciones combinadas con expresiones algebraicas	47
DEBER N° 14.....	47
Operaciones combinadas con expresiones algebraicas	48
ECUACIÓN E IGUALDAD.....	48
Igualdad.....	49
Ejemplo	49
Ecuación	49
Términos de una ecuación.....	49
Ecuación en fracción	50
ACTIVIDAD N° 15	50
Ecuación e igualdad	50
DEBER N° 15.....	51
Ecuación e igualdad	52
ACTIVIDAD N° 16	52
Ecuación e igualdad	52
DEBER N° 16.....	53
Ecuación e igualdad	53
DIVISIÒN SINTETICA	55
Concepto.....	55
Pasos para dividir	55
ACTIVIDAD N° 17	56
División sintética.....	56
DEBER N° 17	57
MÉTODO RUFFINI	58
Concepto.....	58
Pasos para dividir	58
ACTIVIDAD N° 18	59
Método de Ruffini	59
DEBER N° 18.....	60
Método de Ruffini	60
FUNCIÓN LINEAL.....	61
Concepto.....	61

ACTIVIDAD N° 19	62
Función lineal	62
DEBER N° 19.....	63
Función lineal	63
FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO.....	64
Concepto.....	64
ACTIVIDAD N° 20	65
Función valor absoluto	65
DEBER N° 20.....	66
Función valor absoluto	66
FUNCIONES TRIGONOMÉTRICA	67
Concepto.....	67
Resolución de triángulos	68
ACTIVIDAD N° 21	69
Funciones trigonométricas	69
DEBER N° 21.....	70
Funciones trigonométricas	70
ACTIVIDAD N° 22	71
Funciones trigonométricas	71
DEBER N° 22.....	72
Funciones trigonométricas	72
ACTIVIDAD N° 23	73
DEBER N° 23.....	74
Funciones trigonométricas	74
TRIÁNGULO DE PASCAL.....	75
Concepto.....	75
Construcción del triángulo	75
ACTIVIDAD N° 24	76
Triángulo de pascal	76
DEBER N° 24.....	77
Triángulo de pascal	77
ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA.....	78

Concepto.....	78
Variables estadísticas	78
Tabla de frecuencias.....	78
MEDIA, MEDIANA Y MODA.....	80
DIAGRAMA TALLO Y HOJA.....	81
Histograma	81
Diagrama circular	82
Diagrama de dispersión.....	82
ACTIVIDAD N° 25	83
Estadística descriptiva.....	83
ACTIVIDAD N° 26	84
Estadística descriptiva.....	84
ACTIVIDAD N° 27	85
Estadística descriptiva.....	85
ACTIVIDAD N° 28	86
Estadística descriptiva.....	86
ACTIVIDAD N° 29	87
Estadística descriptiva.....	87
BIBLIOGRAFÍA.....	88

INTRODUCCIÓN

Aprender matemáticas nos enseña a pensar de una manera lógica, analítica y a desarrollar habilidades que la persona se sentirá capaz de resolver problemas matemáticos y toma de decisiones. Gracias a ellas también somos capaces de tener mayor claridad en nuestras ideas y en el uso del lenguaje.

Este libro es un instrumento didáctico elemental para los estudiantes, en el cual ellos podrán realizar todas las actividades requeridas.

Este libro consta de variedades de temas que se encuentra en la planificación de dicho curso y de algunos temas adicionales donde ayudará al estudiante avanzar hacia el próximo año lectivo.

Las actividades y los deberes inscritos en cada tema son profundizados de acorde a la materia asignada por cada tema.

NÚMERO ENTERO

Concepto

(Raffino, 2020) menciona que los números enteros abarcan todos los números naturales, incluyendo al cero y a los números negativos. Por lo tanto, los números enteros son aquellos que no tienen parte decimal.

Valor opuesto

El **valor opuesto** de un número entero es el mismo número, pero con el signo contrario:

Ejemplos:

* El opuesto de -2 es 2

* El opuesto de 8 es -8

Valor absoluto

El **valor absoluto** de un número entero es su valor sin considerar el signo.

El valor absoluto de un número entero se expresa $| - 2 |$.

Ejemplos:

* $| - 2 | = 2$

* $| 8 | = 8$

Ley de signos

+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

Nota:

1.- Signos iguales se suma

2.- Signos diferentes se resta y al restar se coloca el signo de mayor cantidad.

Ejemplos

a) $2+3 = 5$

b) $-5 - 2 = -7$

c) $-2 + 3 = 1$

d) $5 - 8 = -3$

e) $-5 + 1 = -4$

f) $3 \times (7) = 21$

g) $-5 \times (5) = -25$

h) $4 \times (-6) = -24$

i) $-15 \times (5) = -75$

j) $-10 \times (-6) = 60$

k) $35 \div (7) = 5$

l) $-25 \div (5) = -5$

m) $48 \div (-6) = -8$

n) $-55 \div (5) = -11$

o) $-30 \div (-6) = 5$

ACTIVIDAD N° 1

Número entero

* Realizar las siguientes operaciones.

a) $-8 + 3 =$

b) $-10 - 3 =$

c) $-5 + 3 =$

d) $2 - 3 =$

e) $11 - 5 =$

f) $0 - 11 =$

g) $3 - 1 =$

h) $-8 - 6 =$

i) $4 + 5 =$

j) $13 - 8 =$

k) $-3 \times (-4) =$

l) $-2 \times (3) =$

m) $4 \times (2) =$

n) $-5 \times (-2) =$

o) $8 \times (-2) =$

l) $-15 \div (-3) =$

m) $30 \div (-5) =$

n) $-10 \div (5) =$

o) $-20 \div (-5) =$

p) $-100 \div (-4) =$

q) $-10 \div (2) =$

* Completar

a) $-8 \underline{\quad} = 6$

b) $\underline{\quad} \times (-2) = +8$

c) $-15 \underline{\quad} = +3$

d) $20 - 25 = \underline{\quad}$

e) $11 - 4 = \underline{\quad}$

f) $\underline{\quad} - 11 = -1$

g) $3 - 4 = \underline{\quad}$

h) $-8 \underline{\quad} = -2$

i) $4 \underline{\quad} = +2$

j) $13 \times \underline{\quad} = -13$

k) $\underline{\quad} \times (-4) = -2$

l) $-2 \times \underline{\quad} = +10$

m) $4 \times \underline{\quad} = -8$

n) $-5 \underline{\quad} = -3$

o) $\underline{\quad} - 2 = +6$

l) $-15 \div \underline{\quad} = -5$

m) $\underline{\quad} \div (-5) = +6$

n) $-10 \div \underline{\quad} = -2$

o) $-20 - 5 = \underline{\quad}$

p) $-20 \times \underline{\quad} = 40$

q) $-10 \div \underline{\quad} = -5$

DEBER N° 1

Número entero

*** Realizar las siguientes operaciones.**

a) $-18 + 8 =$

b) $-20 - 15 =$

c) $-5 + 1 =$

d) $21 - 3 =$

e) $-2 - 2 =$

f) $9 + 1 =$

g) $10 - 7 =$

h) $-2 \times (-5) =$

i) $4 \times (-3) =$

j) $-10 \div (-2) =$

k) $10 \div (-2) =$

l) $-15 \div (3) =$

*** Completar**

a) $-4 \underline{\quad} = 5$

b) $\underline{\quad} \times (-3) = +6$

c) $-10 \underline{\quad} = +4$

d) $21 - 23 = \underline{\quad}$

h) $-10 \underline{\quad} = -1$

i) $5 \underline{\quad} = +3$

j) $12 \times \underline{\quad} = -24$

k) $\underline{\quad} \times (-2) = -6$

o) $\underline{\quad} - 1 = +7$

l) $-10 \div \underline{\quad} = -5$

m) $\underline{\quad} \div (-3) = +6$

n) $-24 \div \underline{\quad} = -4$

Orden de números enteros

Para ordenar los números enteros se deberá tomar en cuenta los siguientes ítems:

- 1.- Los números enteros positivos mientras más alejado del cero es mayor
- 2.- Los números enteros negativos mientras más cercano del cero es mayor.

Representación en la recta numérica

Los números enteros se representan de menor a mayor tanto como positivo y negativo.



Ejemplos

*** Expresa las siguientes cantidades mediante números enteros**

a) El Club EMELEC ganó 1500 de socios \longrightarrow + 1500

b) El avión TAME descendió 200m de altura \longrightarrow - 200

c) Hemos subido tres pisos \longrightarrow + 3

*** Ordenar de mayor a menor y viceversa**

a) - 15, 0, - 1, 2, - 3, - 5, 7, 9

Mayor a menor: 9, 7, 2, 0, - 1, - 3, - 5, -15

Menor a mayor: - 15, - 5, - 3, - 1, 0, 2, 7, 9

b) - 3, 6, - 7, 1, - 1, - 6, - 8, 3, - 9, 10

Mayor a menor: 10, 6, 3, 1, - 1, - 3, - 6, - 7, - 8, - 9

Menor a mayor: - 9, - 8, - 7, - 6, - 3, - 1, 1, 3, 6, 1

ACTIVIDAD N° 2

Número entero

*** Representar los siguientes enunciados en números enteros.**

a) Una empresa contrato más de 6 empleados.	
b) Dep. Loja perdió por 3 goles de diferencia ante Dep. Azogues	
c) En la tabla de posiciones el primer lugar esta con 5 puntos adicionales	
d) Tengo \$1000 más que ayer	
e) El presidente perdió \$5000 en una apuesta	
f) Un submarino descendió 500 metro sobre el nivel del mar	
g) Juan ganó \$5050 en un trabajo particular	

*** Ordenar de mayor a menor y viceversa**

a) $-8, 5, -1, -5, -10, 2, 0, 10$ → →	c) $-18, 1, -2, -5, -3, 9, 0, 6$ → →
b) $78, -5, 1, -6, -1, 2, 10, -9$ → →	d) $-20, 1, -3, -1, 4, 2, -11$ → →

DEBER N° 2

Número entero

*** Representar los siguientes enunciados en números enteros.**

a) Una empresa contrato más de 6 empleados.	
b) Dep. Loja perdió por 3 goles de diferencia ante Dep. Azogues	
c) En la tabla de posiciones el primer lugar esta con 5 puntos adicionales	
d) Tengo \$1000 más que ayer	
e) El presidente perdió \$5000 en una apuesta	

*** Ordenar de mayor a menor y viceversa**

a) $-8, 5, -1, -5, -10, 2, 0, 10$ → →	c) $-18, 1, -2, -5, -3, 9, 0, 6$ → →
b) $78, -5, 1, -6, -1, 2, 10, -9$ → →	d) $-20, 1, -3, -1, 4, 2, -11$ → →

Ley de potencias y radicales

LEY DE POTENCIAS		
1	$a^x * a^y$	a^{x+y}
2	$a^x \div a^y$	a^{x-y}
3	$(a^x)^y$	a^{xy}
4	$(ab)^x$	$a^x b^x$
5	$(\sqrt{a})^2$	a
6	$\left(\frac{a}{b}\right)^x$	$\frac{a^x}{b^x}$
7	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-x}$	$\left(\frac{b}{a}\right)^x$

LEY DE RADICALES		
1	$\sqrt{a} * \sqrt{b}$	$\sqrt{a * b}$
2	$\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
3	$(\sqrt[n]{a})^n$	a
4	$\sqrt[n]{a^m}$	$\frac{m}{a^n}$
5	$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq$	$\sqrt{a + b}$

Ejemplos

*Aplicar ley de potencias

1) $2^3 * 2^5$	2^{3+5}	2^8	256
3) $(3^3)^2$	3^{3*2}	3^6	729
5) $(\sqrt{5})^2$			5
7) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^2$		$\frac{9}{4}$

2) $3^7 \div 3^5$	3^{7-5}	3^2	9
4) $(2 * 5)^2$	$2^2 * 5^2$	$4 * 25$	100
6) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$	$\frac{2^4}{3^4}$		$\frac{16}{81}$

*Aplicar ley de radicales

1) $\sqrt{32} * \sqrt{2}$	$\sqrt{32 * 2}$	$\sqrt{64}$	8
2) $\sqrt{\frac{4}{9}}$	$\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$		$\frac{2}{3}$
3) $(\sqrt[5]{2})^5$			2

4) $\sqrt[3]{5^2}$			$\frac{2}{5^3}$
5) $\sqrt{5} + \sqrt{2} \neq$	$\sqrt{5+2}$		

* Resolver los siguientes ejercicios.

$$a) (-2 + 6 - 5 + 5)^2 = 4^2 = 16$$

$$\text{b) } (2 - 4)^2 * (3 - 5)^3 = -2^2 * -2^3 = (-2)^5 = -32$$

$$\text{c) } [(4 - 5 + 3)^2]^3 = (2^2)^3 = 2^6 = 64$$

$$\text{d) } \left(\frac{2+3-7}{3+2}\right)^4 = \left(\frac{-2}{5}\right)^4 = \frac{-2^4}{5^4} = \frac{16}{625}$$

NOTA:

Todo número elevado a una potencia PAR siempre la respuesta será POSITIVA

ACTIVIDAD N° 3

Número entero

*** Realizar las siguientes operaciones combinadas**

a) $-6 + 3 - 4 + 10 - 5$

b) $10 + 8 - 3 + 7 - 4$

c) $-15 + 4 - 1 + 5 + 2 - 7$

d) $(-6 \times 3) \times (-4 \times 1)$

e) $2 \times (-3) \times (5) \times (-1)$

f) $(-10 \times 3) \div (-3 \times 2)$

*** Realizar las siguientes operaciones combinadas aplicando ley de potencia y radicales**

a) $(5 - 1 + 3 - 6 + 7)^2$

b) $(-5 + 3)^2 \times (-3 + 1)^4$

c) $(-2 + 5)^5 \div (4 - 1)^3$

$$d) \left(\frac{5-6+2-3}{-5+2} \right)^{-2}$$

$$e) \sqrt{-3+8} * \sqrt{4+1}$$

$$f) \sqrt{\frac{1+9-6}{-3+6+3}} =$$

$$g) \sqrt[3]{(2+3-2+5)^3}$$

$$h) \sqrt{5+7-3} - (2+5-4)^2$$

$$i) (4^6 \div 4^4) + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$$

DEBER N° 3

Número entero

*** Realizar las siguientes operaciones combinadas**

$$a) 8 + 9 - 1 - 4 + 8 - 5$$

$$b) 9 + 4 - 2 + 1 - 10$$

$$c) - 20 + 5 + 7 - 6 + 10 - 1$$

$$d) (-2 \times 4) \times (-5 \times 2)$$

$$e) 1 \times (-2) \times (-6) \times (-2)$$

$$f) (-10 \times -5) \div (-5 \times 2)$$

* Realizar las siguientes operaciones combinadas aplicando ley de potencia y radicales

$$a) (4 - 2 + 5 - 1 + 6)^2 \quad b) (-2 + 3)^5 \times (-3 + 4)^7 \quad c) (-2 + 4)^6 \div (3 - 1)^4$$

$$d) \left(\frac{4-8+4-3}{-4+2} \right)^{-3}$$

$$e) \sqrt{-3 + 35} * \sqrt{4 - 2}$$

$$f) \sqrt{\frac{1+9+6}{30-5}} =$$

$$g) \sqrt[3]{(7 - 3 - 5 + 6)^3}$$

$$h) \sqrt{32 - 7} - (7 + 1 - 4)^2$$

$$i) (5^6 \div 5^4) + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$$

SIMPLIFICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Concepto

Para simplificar números enteros debemos seguir los siguientes pasos:

- 1.- Destruir los paréntesis ()
- 2.- luego los corchetes []
- 3.- y por último destruir las llaves { }

NOTA:

* Antes de una suma o resta, primero resolver la multiplicación y división si existe

* Antes de un **paréntesis, corchete o llave** si no hay signo se **multiplica**.

Ejemplo

$2 + \{3 - [2 + 3 - (3 - 4)] - 10\}$ **1** Destruimos paréntesis

$2 + \{3 - [2 + 3 - (-1)] - 10\}$

$2 + \{3 - [2 + 3 + 1] - 10\}$ **2** Destruimos corchetes

$2 + \{3 - [6] - 10\}$

$2 + \{3 - 6 - 10\}$

$2 + \{-13\}$ **3** Destruimos llaves

$2 - 13$

-11

$$4\{2 - 3[2 + 3(2 - 1) - 5] - 10\}$$

$$4\{2 - 3[2 + 3(1) - 5] - 10\}$$

$$4\{2 - 3[2 + 3 - 5] - 10\}$$

$$4\{2 - 3[0] - 10\}$$

$$4\{2 - 10\}$$

$$4\{-8\}$$

$$-32$$

ACTIVIDAD N° 4

Simplificación de número entero

* Realizar las siguientes operaciones

$$a) 5 + 4 - \{2 + [15 + (1 - 2)] + 10\}$$

$$b) 3 - \{2 + [1 - (5 - 3) - 1] + 5\}$$

$$c) 1 + 2\{2 + [1 - 3(4 - 5) - 2] + 1\}$$

$$d) 3\{3 + [2 - 3(2 - 5) + 1] - 5\}$$

$$d) 2 + \{5 - [\sqrt{5}\sqrt{5} - 2^2] + 2(7 - 9)\} - 5$$

$$e) 65 - \{2[(5 - 3)^2 \times (8 - 4 - 2)^3]\} + 10$$

$$f) 2\{-4 - [5 + 6 + (7 - 8 + 1) - 6]\}$$

$$g) 5 + 2\{5 + [3 + (2 - 5)]^0\} - 10$$

$$h) 8 - \{2 + 3[5 - 3(6 - 3 + 3) + 18] + \sqrt{10 - 6}\}$$

DEBER N° 4

Simplificación de número entero

*** Realizar las siguientes operaciones**

$$a) 15 - \{4 + [-5 - 4 + (2 - 3)] - 16\}$$

$$b) 12 - [3 + 4 + [4 + 7] + 4 - 9]$$

$$c) 4 - \{5 - [(7 + 8) - (5 - 2)]\}$$

$$d) 5 + 4 - [5 - (6 + 5 - 8) + (9 - 1 + 4)]$$

$$d) 3 + \{7 - [\sqrt{2}\sqrt{2} - 3^2] + 3(7 - 8)\} - 1$$

$$e) 60 - \{3[(4 - 3)^2 x (7 - 4 - 2)^4]\}$$

$$f) 2\{-3 + [-7 + 5 + (8 - 8 + 2) - 5]\}$$

$$g) 10 + 3\{4 + [2 + (2 - 5)]^0\} -$$

$$h) 2 - 4 - (-2 - 3) - \{2 - [-2 - (-2 + 3)] - 1\} + 2$$

SUCESIONES

Concepto

(Cabrejos, 2020) llama sucesión a un conjunto de números uno a continuación de otro.

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$$

Los números a_1, a_2, a_3 , se llama **términos de la sucesión**.

El **subíndice** indica el lugar que ocupa el término de la sucesión.

El término general es a_n nos permite determinar cualquier término de la sucesión.

$$2, 4, 6, 8, 10, \dots, a_n$$



$$+2 +2 +2 +2$$

Patrón: +2

$$3, 6, 12, 24, 48, \dots, a_n$$



$$\times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

Patrón: $\times 2$

$$3, 5, 10, 12, 24, 26, \dots, a_n$$

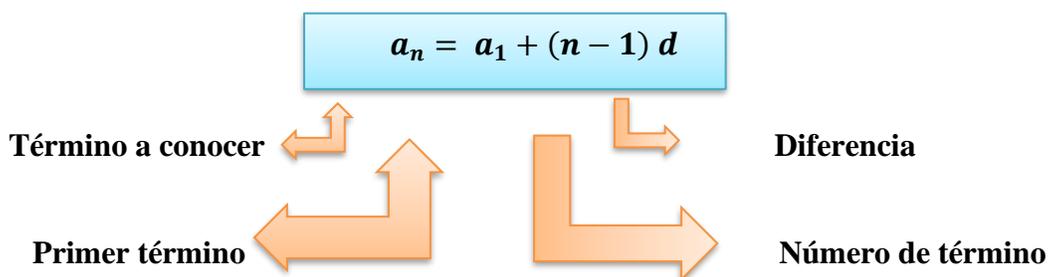


$$+2 \times 2 +2 \times 2 +2$$

Patrón: +2, $\times 2$

Progresión aritmética

(Artacho, 2017) menciona que una **progresión aritmética** es una sucesión de números donde el primero número es igual al anterior más un número fijo llamado **diferencia**, que se representa por la letra **d**.



Ejemplos

<p>* Hallar el décimo término de la secuencia 1, 5, 9,.....</p>	<p>* Hallar el término n= 6 3, - 1, -5,</p>
<p>n= 10 d= 5 - 1 = 4 a₁ = 1</p>	<p>n= 6 d= -1 - 3 = -4 a₁ = 3</p>
<p>$a_n = a_1 + (n - 1) d$</p>	<p>$a_n = a_1 + (n - 1) d$</p>

$a_{10} = 1 + (10 - 1) 4$ $a_{10} = 1 + (9) 4$ $a_{10} = 1 + 36$ $a_{10} = 37$	$a_6 = 3 + (6 - 1)(-4)$ $a_6 = 3 + (5)(-4)$ $a_6 = 3 - 20$ $a_6 = -17$
--	--

Nota:
La diferencia se lo encuentra restando el segundo término con el primero

$$S_n = \frac{(a_n + a_1)}{2} * n$$

Suma de la progresión

Número de término

Ejemplos

* Hallar el décimo término de la secuencia 1, 5, 9,.....	* Hallar el término n= 3, -1, -5,
n= 10 d= 5 - 1 = 4 a ₁ = 1 a _n = 37	n= 6 d= -1 - 3 = -4 a ₁ = 3 a _n = -17
$S_n = \frac{(a_n + a_1)}{2} * n$ $S_{10} = \frac{(37 + 1)}{2} * 10$ $S_{10} = \frac{38}{2} * 10$ $S_{10} = 190$	$S_n = \frac{(a_n + a_1)}{2} * n$ $S_6 = \frac{(-17 + 3)}{2} * 6$ $S_{10} = \frac{-14}{2} * 6$ $S_{10} = -42$

ACTIVIDAD N° 5

Progresión geométrica

* Realizar las siguientes progresiones

a) Hallar el sexto término y su suma

b) Hallar el décimo término y su suma

2, 5, 8,

10, 14, 18, 22

c) Hallar el séptimo término y su suma

2, 6, 10,

d) Hallar el vigésimo término y su suma

20, 23, 26...

e) Hallar el noveno término y su suma

2, -5, -12.....

f) Hallar el trigésimo término y su suma

30, 25, 20...

g) Hallar el sexto término y su suma

3, 0, -3.....

h) Hallar el décimo término y su suma

100, 90, 80...

DEBER N° 5

Progresión aritmética

* Realizar las siguientes progresiones

a) Hallar el octavo término y su suma b) Hallar el vigésimo término y su suma

1, 6, 11.....

15, 20, 25...

c) Hallar el noveno término y su suma d) Hallar el vigésimo término y su suma

3, 7, 11.....

40, 20, 0...

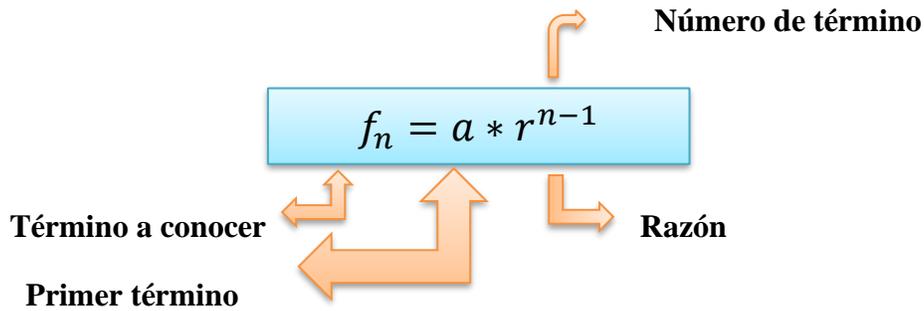
e) Hallar el décimo término y su suma f) Hallar el séptimo término y su suma

4, 1, -2.....

25, 22, 19...

PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

Es una sucesión en la que cada término se obtiene multiplicando o dividiendo al anterior en cantidad fija **r**, llamada **razón**.



Para sumar una progresión geométrica debemos utilizar la siguiente fórmula:

$$S_n = \frac{f_n * r - a_1}{r - 1} \quad \text{cuando } r > 1 \quad S_n = \frac{a_1}{1 - r}$$

Ejemplos

* Hallar el décimo término de la secuencia 1, 2, 4, 8.....	* Hallar el término n= 6 10, 5, 5/2,
---	---

<p>n= 10 r= 2/1 = 2 a₁ = 1</p> $f_n = a * r^{n-1}$ $f_{10} = 1 * 2^{10-1} = 1 * 2^9$ $f_{10} = 1 * 512 = 512//$ $S_n = \frac{f_n * r - a_1}{r-1}$ $S_{10} = \frac{512 * 2 - 1}{2-1} = \frac{1024-1}{1}$ $S_{10} = \frac{1023}{1} = 1023//$	<p>n= 6 d= 5/10= 1/2 a₁ = 10</p> $f_n = a * r^{n-1}$ $f_6 = 10 * \frac{1}{2}^{6-1} = 10 * \frac{1}{2}^5$ $f_6 = 10 * \frac{1}{32} = \frac{5}{16} //$ $S_n = \frac{a_1}{1-r}$ $S_6 = \frac{10}{1-1/2} = \frac{10}{1/2}$ $S_6 = \frac{10}{1} * \frac{2}{1} = 20//$
---	---

ACTIVIDAD N° 6

Progresión geométrica

* Realizar las siguientes progresiones

a) Hallar el octavo término y su suma

1,3, 9.....

b) Hallar el vigésimo término y su suma

1,2, 4....

c) Hallar el noveno término y su suma

1,5,25.....

d) Hallar el vigésimo término y su suma

1/64, 1/32, 1/16.....

e) Hallar el décimo término y su suma

4, 1, 1/4.....

f) Hallar el séptimo término y su suma

25, 5, 1.....

DEBER N° 6

Progresión geométrica

*** Realizar las siguientes progresiones**

a) Hallar el octavo término y su suma b) Hallar el vigésimo término y su suma

81,27, 9.....

256, 64, 16....

c) Hallar el noveno término y su suma d) Hallar el vigésimo término y su suma

1/16, 1/4, 1.....

1/25, 1/5, 1.....

e) Hallar el décimo término y su suma f) Hallar el séptimo término y su suma

7, 1, 1/7.....

64, 8, 1.....

NÚMERO RACIONAL

Concepto

(Cabrejos, 2020) menciona que un número racional es el conjunto de todas las fracciones comunes con numerador y denominador. La letra Q es la que representa al conjunto de los números racionales.

Clasificación

Los números racionales se clasifican en dos grupos:

- Números racionales limitados: también llamados números decimales exactos son aquellos números que cuando son representados decimalmente poseen un número fijo de números, ejemplo $1/4 = 0,25$.
- Números racionales periódicos: son aquellos que números decimales que no tiene un fin; es decir, número ilimitado de números, además este tipo de números se clasifica en periódicos puros y periódicos mixtos

Simplificación

Para simplificar número racional, es decir; fracciones en una suma o resta debemos tener en cuenta que existe un M.C.M en el cual debemos factorar. Así mismo si va acompañado de un paréntesis, corchete o llaves, debemos seguir el orden respectivamente.

Recordemos que antes de una suma o resta debemos resolver la multiplicación y división primero.

Ejemplo

$$\text{a) } \frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{5+4}{10} = \frac{9}{10}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{5}{6}} = \frac{\frac{3+2}{4}}{\frac{3-5}{6}} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{-2}{6}} = \frac{5}{4} \times \frac{6}{-2} = -\frac{15}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{1}{2} \left\{ 2 + \frac{3}{4} \left[\frac{1}{2} - \frac{5}{2} \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) \right] \right\} + \frac{3}{16} &= \frac{1}{2} \left\{ 2 + \frac{3}{4} \left[\frac{1}{2} - \frac{5}{2} \left(\frac{1}{2} \right) \right] \right\} + \frac{3}{16} = \frac{1}{2} \left\{ 2 + \frac{3}{4} \left[\frac{1}{2} - \frac{5}{4} \right] \right\} + \frac{3}{16} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ 2 + \frac{3}{4} \left[-\frac{3}{4} \right] \right\} + \frac{3}{16} = \frac{1}{2} \left\{ 2 - \frac{9}{16} \right\} + \frac{3}{16} = \frac{1}{2} \left(\frac{23}{16} \right) + \frac{3}{16} = \frac{23}{32} + \frac{3}{16} = \frac{29}{32} \end{aligned}$$

$$\text{d) } \frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}} \times \frac{5}{\frac{10}{3}} = \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \right) \left(\frac{5}{1} \times \frac{3}{10} \right) = \frac{3}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{16}$$

ACTIVIDAD N° 7

Número racional

* Realizar las siguientes operaciones.

$$\left(1 - \frac{2}{3} \right) : \left(2 + \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{5} =$$

$$\frac{1}{5} - \left(\frac{1}{3} - \frac{81}{16} \cdot \frac{8}{9} \right) =$$

$$\left(\frac{2}{3} - 2 \right) \left(\frac{1}{2} + 5 \right) - \left(4 + \frac{1}{3} \right) : \left(2 - \frac{1}{3} \right) =$$

$$1 - \frac{3}{4} : \left[2 + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{5} \right] =$$

$$\frac{44}{9} \cdot \frac{81}{55} : 6 - \left[\left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2} : \frac{5}{4} \right) - \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5} \right] =$$

$$\frac{14}{8} : \frac{2}{5} : \frac{35}{16} - \left[\left(1 - \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{3} \right) - \frac{25}{7} \cdot \frac{14}{5} \right] =$$

DEBER N° 7

Número racional

*** Realizar las siguientes operaciones**

$$5 - \frac{5}{8} : \left(\frac{1}{8} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) + \frac{2}{3} : \frac{5}{2} - \frac{1}{12} : \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) =$$

$$\frac{-2 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + 5}{-3 + \frac{1}{4} + \frac{3}{8} - 1}$$

$$\frac{\frac{1}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{2}{9}}{\frac{7}{3} + \frac{11}{12}} \times \frac{4 \frac{1}{3}}{\frac{1}{4} + \frac{5}{12}}$$

$$\frac{10}{9} \cdot \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{8}}{\frac{1}{2} - \frac{15}{12}}$$

*** Problemas de Razonamiento**

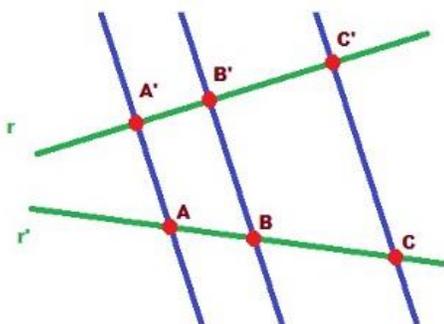
a) Tenías ahorrados \$20. Para comprarte un carro de control remoto, has sacado $\frac{4}{5}$ del dinero de tus ahorros. ¿Cuánto te ha costado el carro?

b) Entre tres hermanos deben repartirse \$240. El primero se lleva $\frac{8}{15}$ del total, el segundo $\frac{3}{4}$ del total y el tercero el resto. ¿Cuánto dinero se ha llevado cada uno?

TEOREMA DE THALES

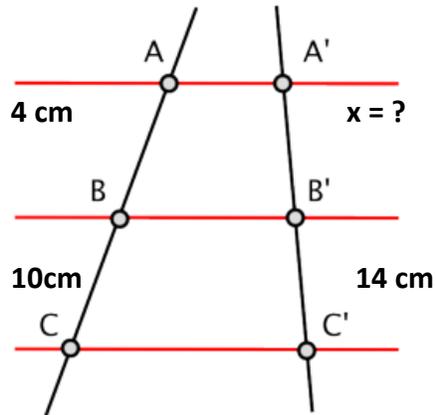
Concepto

Es cuando dos rectas cualesquiera cortan por varias rectas paralelas, estas forman rectas proporcionales a los segmentos pertenecientes en la otra.



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

Ejemplos

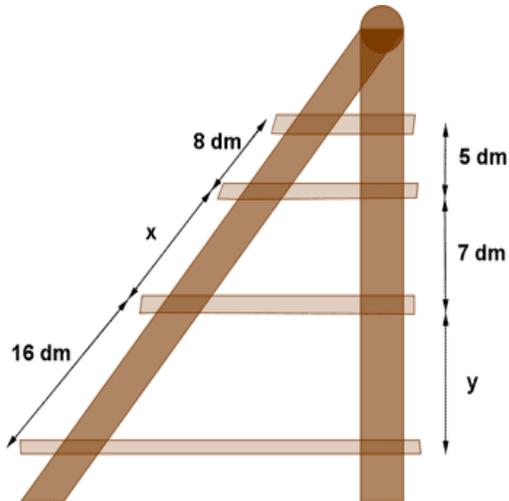


$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC}$$

$$\frac{A'B'}{4} = \frac{14}{10}$$

$$A'B' = \frac{14 * 4}{10}$$

$$A'B' = 5.6 \text{ cm}$$



$$\frac{x}{8} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{y}{5} = \frac{16}{8}$$

$$x = \frac{7 * 8}{5}$$

$$y = \frac{16 * 5}{8}$$

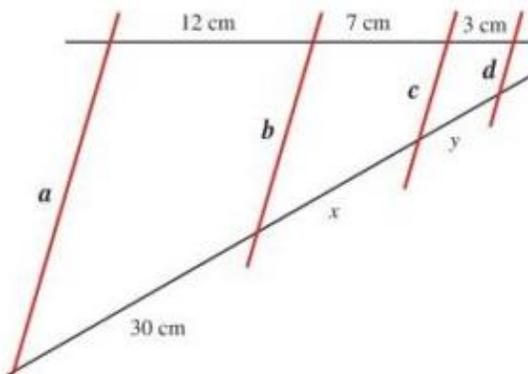
$$x = 11.2 \text{ dm}$$

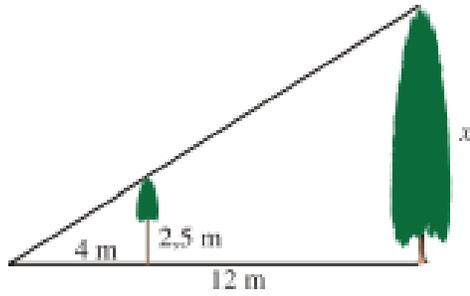
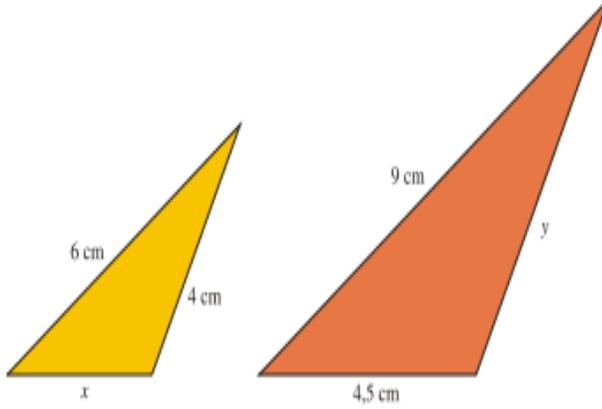
$$y = 10 \text{ dm}$$

ACTIVIDAD N° 8

Teorema de thales

* Realizar los siguientes ejercicios

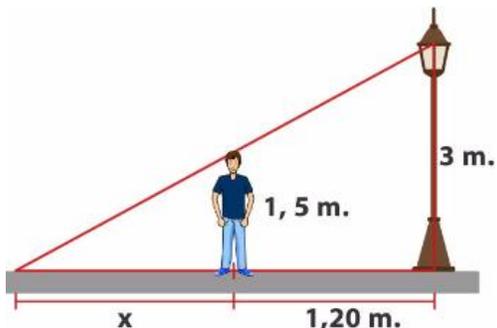


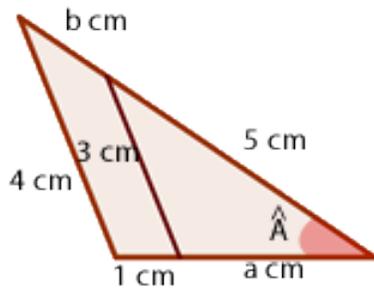
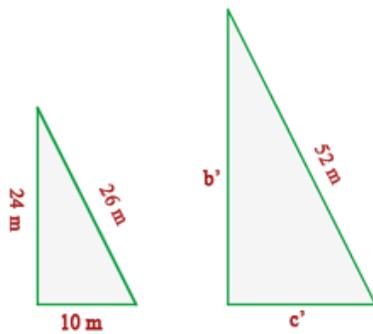
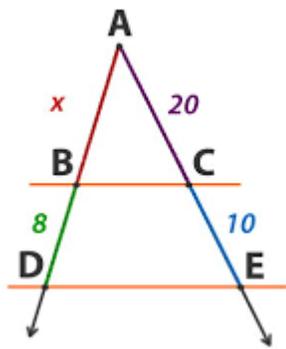


DEBER N° 8

Teorema de Thales

* Realizar los siguientes ejercicios



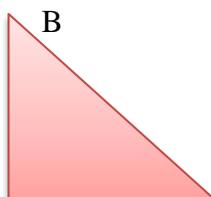


TEOREMA DE PITÁGORAS

Concepto

(Llopis, 2016) menciona que el **teorema de Pitágoras** se basa en un **triángulo rectángulo**, en el cual es un triángulo recto, es decir; de 90°.

Fórmula



HIPOTENUSA \Rightarrow $hip = \sqrt{cat^2 + cat^2}$

cateto hipotenusa

$$\text{CATETO} \Rightarrow \text{cat} = \sqrt{\text{hip}^2 - \text{cat}^2}$$

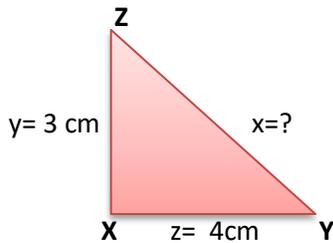
C cateto A

NOTA:

- Los catetos son los lados rectos que forma una perpendicular
- La hipotenusa es el lado mayor o inclinado

Ejemplos

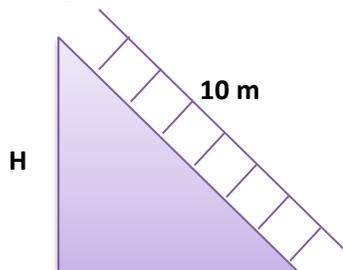
- **Calcular el lado faltante del triángulo rectángulo**



$$\begin{aligned} \text{hip} &= \sqrt{\text{cat}^2 + \text{cat}^2} \\ x &= \sqrt{y^2 + z^2} \\ x &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ x &= \sqrt{9 + 16} \\ x &= \sqrt{25} \\ x &= 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

- **Realizar el siguiente problema aplicando Teorema de Pitágoras**

Un albañil desea saber la altura de una pared, sabiendo que la escalera mide 10 metros y la distancia entre la pared y la escalera es de 6 metros ¿Calcular la altura de la pared?



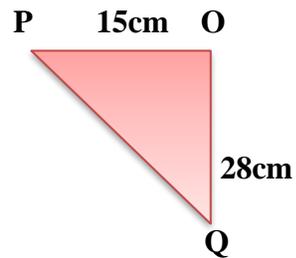
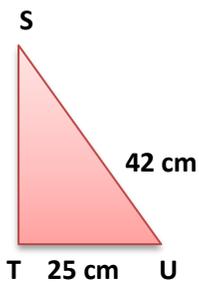
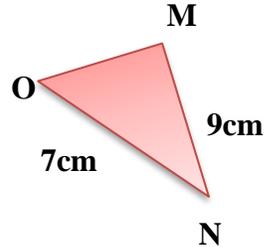
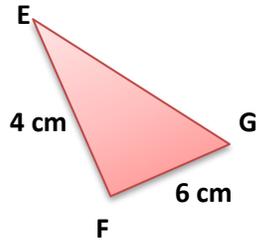
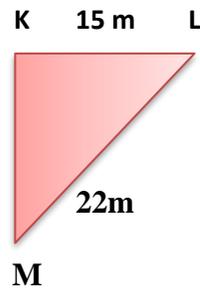
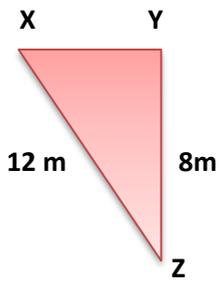
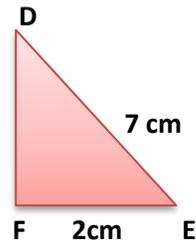
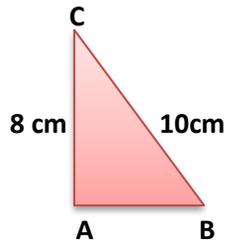
$$\begin{aligned} \text{cat} &= \sqrt{\text{hip}^2 - \text{cat}^2} \\ H &= \sqrt{10^2 - 6^2} \\ H &= \sqrt{100 - 36} \\ H &= \sqrt{64} \\ H &= 8 \text{ cm} \end{aligned}$$

6 m

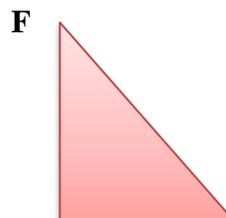
ACTIVIDAD N° 9

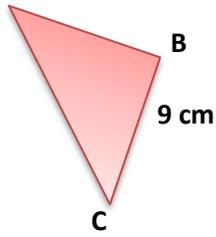
Teorema de Pitágoras

Calcular el lado faltante del triángulo rectángulo



A 13cm





8 cm

12 cm

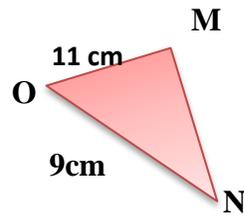
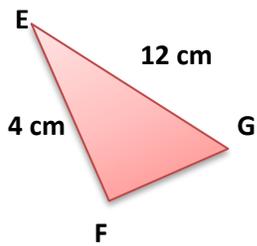
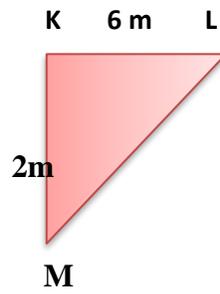
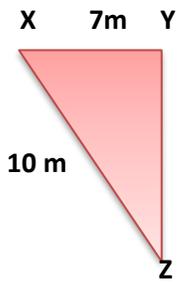
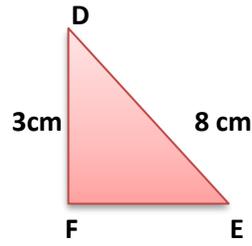
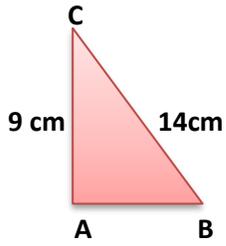
G

H

DEBER N° 9

Teorema de pitágoras

Calcular el lado faltante del triángulo rectángulo



Resolver los siguientes problemas

Un árbol desprende una sombra de 12 metros, donde la distancia entre la sombra y el árbol es de 8m ¿Calcular la altura del árbol?

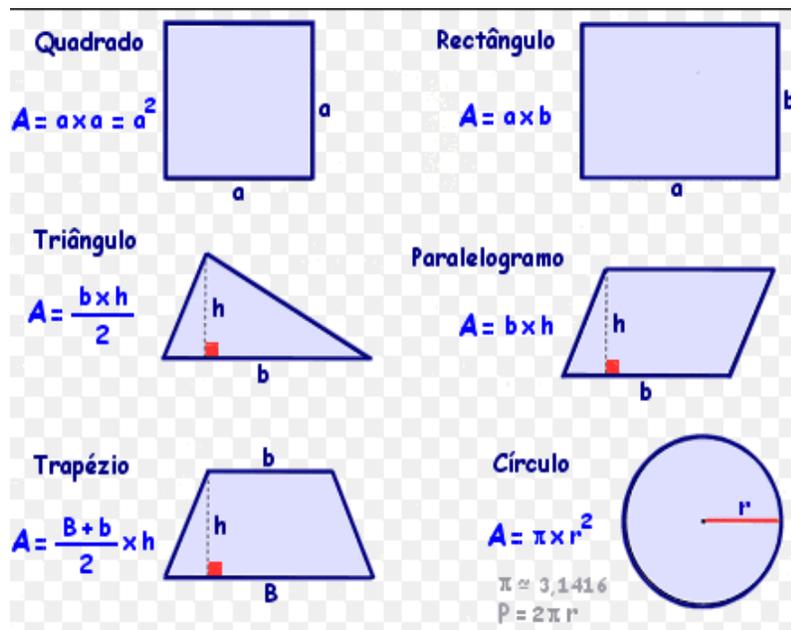
Un avión vuela a una altura de 40 metros y la distancia entre la sombra y el avión es de 30 metros ¿Calcular la distancia que proyecta su sombra?

AREA SOMBREADA

Cálculo de área sombreada

El cálculo de áreas de figuras geométricas se realiza cuando deseamos calcular el área de una región no convencional; es decir, regiones que no es geoméricamente tradicional como los cuadriláteros, triángulos, círculos y polígonos en general.

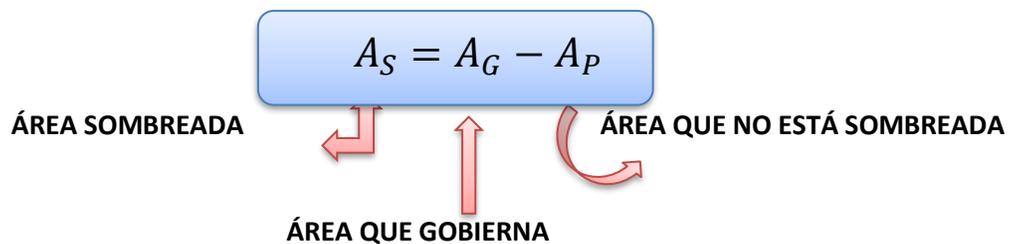
Fórmulas de figuras planas



Fórmula del área sombreada

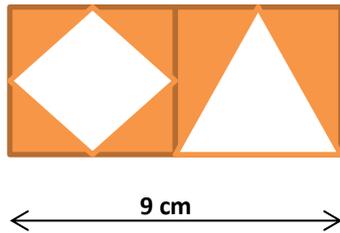
Para realizar estos ejercicios debemos tomar en cuenta los siguientes pasos:

- 1.- Identificar la figura que gobierna
- 2.- Identificar las figuras que no está sombreada
- 3.- Realizar y reemplazar los valores asignados en la siguiente fórmula:



Ejemplos

Calcular el área sombreada si el rectángulo tiene como base 9cm y su altura es de 5 cm



$$A_S = A_G - A_P$$

$$A_S = A_{RECTÁNGULO} - A_{ROMBO} - A_{TRIÁNGULO}$$

$$A_{RECTÁNGULO} = b \times h = 9\text{cm} \times 5\text{cm} = 45\text{ cm}^2$$

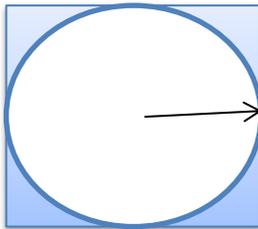
$$A_{ROMBO} = \frac{D \times d}{2} = \frac{5 \times 4.5}{2} = 11.25\text{ cm}^2$$

$$A_{TRIÁNGULO} = \frac{b \times h}{2} = \frac{4.5 \times 5}{2} = 11.25\text{ cm}^2$$

$$A_S = 45\text{ cm}^2 - 11.25\text{ cm}^2 - 11.25\text{ cm}^2$$

$$A_S = 22.50\text{ cm}^2$$

Calcular el área sombreada si el radio del círculo es 5 cm



$$A_S = A_G - A_P$$

$$A_S = A_{CUADRADO} - A_{CÍRCULO}$$

$$\text{Radio} = 5\text{ cm} \Rightarrow \text{lado} = \text{diámetro} \Rightarrow \text{lado} = 2 * 5 = 10\text{ cm}$$

$$A_{CUADRADO} = l \times l = 10 \times 10 = 100\text{ cm}^2$$

$$A_{CÍRCULO} = \pi * r^2 = (3.14) \times (5\text{ cm})^2 = 78.5\text{ cm}^2$$

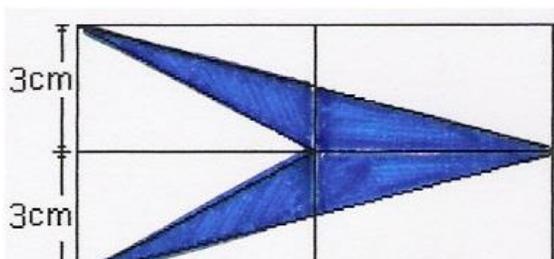
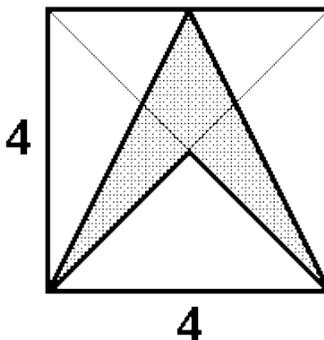
$$A_S = 100\text{ cm}^2 - 78.5\text{ cm}^2$$

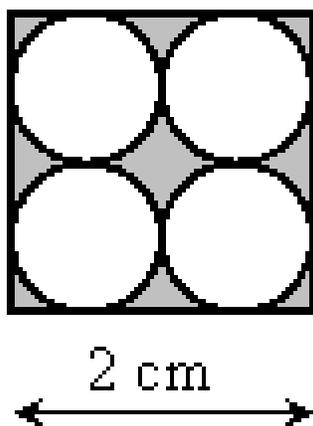
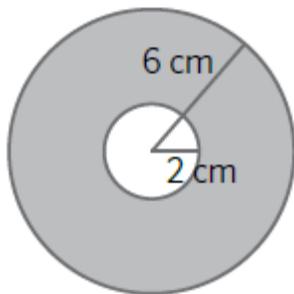
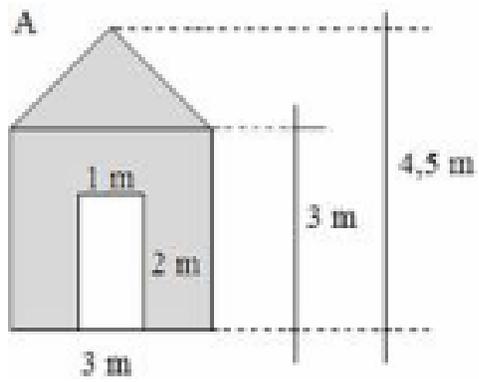
$$A_S = 21.5\text{ cm}^2$$

ACTIVIDAD N° 10

Área sombreada

Calcular el área sombreada de las siguientes figuras



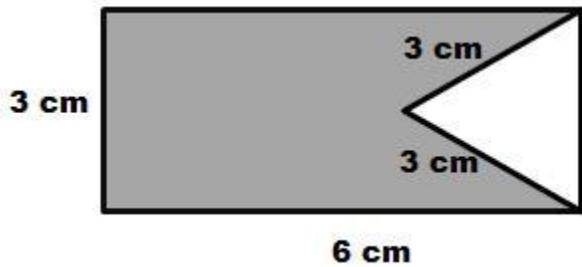
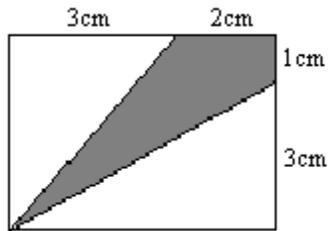
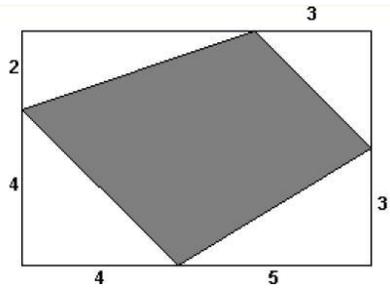


Área sombreada

DEBER N° 10

* Calcular el área sombreada de las siguientes figuras

The background features several mathematical formulas, including $\pi k \leq p_0 - \alpha_0 \leq \pi/2 + 2\pi k$, $p = 2\psi_0 + (1/2)[\text{sg } A_1 - \text{sg } (A_1 - A_2)]$, $\Delta_L \arg f(z) = (\pi/2)(S_1 + \dots)$, $\Re[\rho^n f(z)/a_p z^n] = \sum_{j=0, j \neq p}^n \dots$, $-G(-x^2)/[xH(-x^2)]$, $\sum_{j=0, j \neq p}^n A_j \rho^j$, and $(\lambda - \lambda_0)(\frac{\partial \phi}{\partial \lambda_0}) + (\mu - \mu_0)(\frac{\partial \phi}{\partial \mu_0}) = 0$. A diagram shows two overlapping circles within a square frame, with a dimension line below indicating a width of 10 cm.



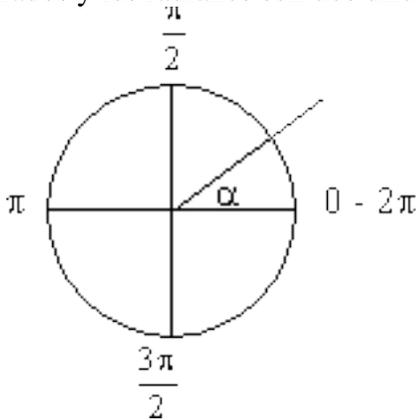
SISTEMA RADIÁN

Concepto

Un radián es una unidad de medida de un ángulo cuyo valor se obtiene del vértice con el centro de un círculo, cuyo lado cortado es el arco de la circunferencia. Se representa por la sigla rad.

Conversión

Los grados y los radianes son dos diferentes sistemas para medir ángulos.



$$360^{\circ} = 2\pi \text{ rad}$$

$$180^{\circ} = \pi \text{ rad}$$

$$1 \text{ vuelta} = 2\pi \text{ rad} = 360^{\circ}$$

Periodo

Es el tiempo que se tarda en dar una vuelta en una circunferencia

Frecuencia

Es el número de vueltas que se da en la circunferencia en un intervalo de tiempo.

Ejemplos

• Grados a Radián	
$120^{\circ} \gg 120^{\circ} \times \frac{\pi \text{ rad}}{180^{\circ}} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$	$120^{\circ} \gg 120^{\circ} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{360^{\circ}} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$
• Radián a Grados	
$\frac{\pi \text{ rad}}{4} \gg \frac{\pi \text{ rad}}{4} \times \frac{180^{\circ}}{\pi \text{ rad}} = 45^{\circ}$	$\frac{\pi \text{ rad}}{4} \gg \frac{\pi \text{ rad}}{4} \times \frac{360^{\circ}}{2\pi \text{ rad}} = 45^{\circ}$

ACTIVIDAD N° 11

Sistema radián

• **Convertir de Grados a Radián**

a) 150°

b) 210°

c) 350°

d) 400°

e) 540°

f) 50°

g) 110°

h) 220°

i) 300°

j) 3600°

k) 520°

l) 1000°

• **Convertir de Radián a Grados**

a) $\frac{15 \pi \text{ rad}}{2}$

b) $\frac{\pi \text{ rad}}{2}$

c) $\frac{\pi \text{ rad}}{6}$

d) $\frac{4 \pi \text{ rad}}{3}$

e) $\frac{5 \pi \text{ rad}}{2}$

f) $\frac{2 \pi \text{ rad}}{5}$

g) $\frac{20 \pi \text{ rad}}{7}$

h) $\frac{400 \pi \text{ rad}}{3}$

i) $\frac{7 \pi \text{ rad}}{3}$

DEBER N° 11

Sistema radián

- Convertir de Grados a Radián

a) 30°

b) 25°

c) 130°

d) 200°

e) 740°

f) 110

g) 160°

h) 120°

i) 350°

j) 7200°

k) 720°

l) 5000°

- Convertir de Radián a Grados

a) $\frac{9\pi \text{ rad}}{2}$

b) $\frac{11\pi \text{ rad}}{2}$

c) $\frac{3\pi \text{ rad}}{5}$

d) $\frac{6\pi \text{ rad}}{7}$

e) $\frac{12\pi \text{ rad}}{5}$

f) $\frac{10\pi \text{ rad}}{3}$

g) $\frac{20\pi \text{ rad}}{3}$

h) $\frac{140\pi \text{ rad}}{5}$

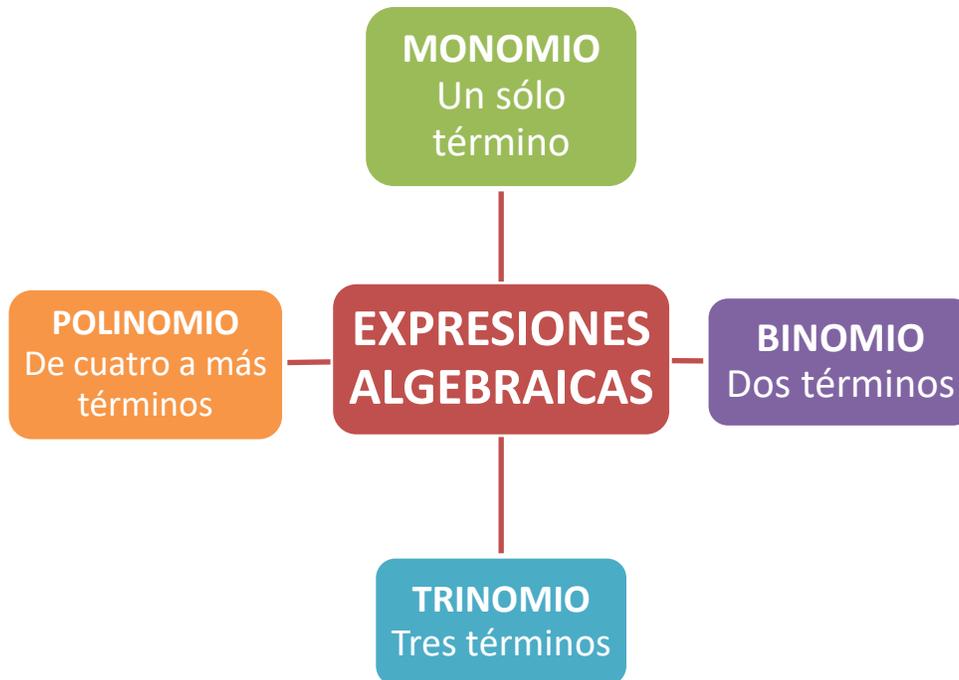
i) $\frac{3\pi \text{ rad}}{4}$

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Concepto

(Escudero, 2014) menciona que una expresión algebraica es una combinación de letras y números ligada por los signos de las operaciones: suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.

Clasificación



OPERACIONES BÁSICAS

Suma y resta

(Ruiz, 2017) afirma que para sumar o restar expresiones sólo se podrá realizarse si las letras son iguales y sólo se tomará en cuenta los coeficientes.

Ejemplos

	$2x + 3y - x + 4y$		
HORIZONTAL		VERTICAL	
$(2 - 1)x = 1x$		$2x + 3y$	
$(3 + 4)y = 7y$		$-x + 4y$	
		$x + 7y$	
R//	$x + 7y$		

	$(x + 4y - z) - (x + 3y - z)$		
HORIZONTAL		VERTICAL	
$(1 - 1)x = 0x$		$x + 4y - z$	
$(4 - 3)y = 1y$		$-x - 3y + z$	
$(-1 + 1)z = 0z$		$// \quad y \quad //$	

R// y

Multiplicación

Para multiplicar estas expresiones sólo se podrá efectuar **número con número** y **letra con letra** (los números se multiplica y las letras iguales se suma los exponentes).

Ejemplos

Monomio con monomio

$$x * x = x^2 \qquad 2xy * 3x^2z = 6x^3yz \qquad 4x^3yz^2 * 2xy^2z^3 = 8x^4y^3z^5$$

Monomio con binomio y trinomio

$$3x(2x + y) = 6x^2 + 3xy \qquad 2a^2b(3ab^2 - 4a^3b^2 + 1) = 6a^3b^3 - 8a^5b^3 + 2a^2b$$

Binomio con binomio y trinomio

<p style="text-align: center;">$(2x - 3y)(x + y)$</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%;">HORIZONTAL</td> <td style="width: 50%;">VERTICAL</td> </tr> <tr> <td>$(2x - 3y)(x + y)$</td> <td>$2x - 3y$</td> </tr> <tr> <td>$2x^2 + 2xy - 3xy$</td> <td>$x + y$</td> </tr> <tr> <td>$- 3y^2$</td> <td style="border-top: 1px solid black;">$2x^2 - 3xy$</td> </tr> <tr> <td>$(2 - 3)xy = - 1xy$</td> <td style="border-top: 1px solid black;">$+ 2xy - 3y^2$</td> </tr> <tr> <td>R// $2x^2 - xy - 3y^2$</td> <td style="border-top: 1px solid black;">$2x^2 - xy - 3y^2$</td> </tr> </table>	HORIZONTAL	VERTICAL	$(2x - 3y)(x + y)$	$2x - 3y$	$2x^2 + 2xy - 3xy$	$x + y$	$- 3y^2$	$2x^2 - 3xy$	$(2 - 3)xy = - 1xy$	$+ 2xy - 3y^2$	R// $2x^2 - xy - 3y^2$	$2x^2 - xy - 3y^2$	<p style="text-align: center;">$(x + y - z)(x + y)$</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%;">HORIZONTAL</td> <td style="width: 50%;">VERTICAL</td> </tr> <tr> <td>$(x + y - z)(x + y)$</td> <td>$x + y - z$</td> </tr> <tr> <td>$x^2 + xy + xy + y^2 - xz$</td> <td>$x + y$</td> </tr> <tr> <td>$- yz$</td> <td style="border-top: 1px solid black;">$x^2 + xy - xz$</td> </tr> <tr> <td>R// $x^2 + 2xy + y^2 - xz - yz$</td> <td style="border-top: 1px solid black;">$+ xy + y^2 - yz$</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="border-top: 1px solid black;">$x^2 + 2xy + y^2 - xz - yz$</td> </tr> </table>	HORIZONTAL	VERTICAL	$(x + y - z)(x + y)$	$x + y - z$	$x^2 + xy + xy + y^2 - xz$	$x + y$	$- yz$	$x^2 + xy - xz$	R// $x^2 + 2xy + y^2 - xz - yz$	$+ xy + y^2 - yz$		$x^2 + 2xy + y^2 - xz - yz$
HORIZONTAL	VERTICAL																								
$(2x - 3y)(x + y)$	$2x - 3y$																								
$2x^2 + 2xy - 3xy$	$x + y$																								
$- 3y^2$	$2x^2 - 3xy$																								
$(2 - 3)xy = - 1xy$	$+ 2xy - 3y^2$																								
R// $2x^2 - xy - 3y^2$	$2x^2 - xy - 3y^2$																								
HORIZONTAL	VERTICAL																								
$(x + y - z)(x + y)$	$x + y - z$																								
$x^2 + xy + xy + y^2 - xz$	$x + y$																								
$- yz$	$x^2 + xy - xz$																								
R// $x^2 + 2xy + y^2 - xz - yz$	$+ xy + y^2 - yz$																								
	$x^2 + 2xy + y^2 - xz - yz$																								

División

(Escobar, 2015) alega que para dividir estas expresiones sólo se podrá efectuar **número con número** y **letra con letra** (los números se divide y las letras iguales se resta los exponentes).

Monomio con monomio

$$x \div x = 1 \qquad \frac{12x^2y^4z}{2xyz} = 6xy^3 \qquad \frac{40m^3nop^2}{8mnop^4} = 5m^2p^{-2}$$

Binomio y trinomio con monomio

$$\frac{x^2+x}{x} = x + 1 \qquad \frac{6a^2b-12a^5b^6}{6ab} = a - 2a^4b^5$$

Para simplificar una expresión algebraica debe ser **TODO o NADA**

ACTIVIDAD N° 12

Expresiones algebraicas

*Sumar y restar las siguientes expresiones

$$(2x + 3y - 4z) + (x - 2y + z)$$

$$(5x + 2y - 3z) - (3x - y + 3z)$$

$$(10a + 2b - 5c) + (2a - 2b + 3c)$$

$$(2a - 5b - 47c) - (2a - 3b + 4c)$$

$$(3m - 4n - 5) - (2m - 3n) + (4n + 1)$$

$$(6p - 5q) - (3p - 3q) + (5q + p)$$

$$(3mn - 4pq - 1) - (2mn - 3pq) + (5pq + 1)$$

$$(10p - 2q) - (3p + 5q) + (q - 2p)$$

$$(m - 2n - 3) - (2m - n) + (5n + 1)$$

$$(6p - 5q) - (p - 3q) + (q + 2p) + (2p - q)$$

DEBER N° 12

Expresiones algebraicas

***Sumar y restar las siguientes expresiones**

$$(10x - 7y - 4z) - (3x - 5y + z)$$

$$(7x - 3y - 2z) - (4x - 3y - 2z)$$

$$(8a - 2b - 3c) + (5a - 7b - 4c)$$

$$(3a + 5b - 4c) - (-3a + 4b - 5c)$$

$$(8m + 5n - 1) - (3m - 5n) - (3n + 2)$$

$$(4p - 6q) + (2p - 5q) + (4q - 2p)$$

$$(4mn - 5pq - 6) - (4mn + 5pq) + (6pq - 2)$$

$$(3p + 5q) - (p - 2q) - (2q - 5p)$$

$$(3m - n + 5) + (m - 3n) - (4n + 3)$$

$$(8p - 4q) + (2p - 5q) - (2q + p) + (p - 3q)$$

ACTIVIDAD N° 13

Expresiones algebraicas

*Multiplicar las siguientes expresiones

MONIMIO CON MONOMIO

$$3xy^2z^3 * 2x^2yz^5 =$$

$$5ab^5c^4 * 3a^3bc^4 =$$

$$2mn^4o^4 * 3m^4no^{-3} =$$

$$12mn^4o^7p * 3m^2n^5op^2 =$$

$$5pq^3r^5s * 4p^3q^6r^3 =$$

$$7ab^5c^7d * 3a^2b^4c^5 =$$

MONIMIO CON BINOMIO Y TRINOMIO

$$5x(3x + 4y - z) =$$

$$3a^2b^3(2a^2 + 3b^4 - 5a^5) =$$

$$7p^3q^5(p^3 + 2q^3 - 6p^3q) =$$

$$5x^3(3xy + 4xy^2 - 1) =$$

$$7m^2n^4(3m^3 + 5mn^2 - 6m^3) =$$

$$3a^2b^3(a^2 + 3ab^3 - 5a^4) =$$

BINOMIO CON BINOMIO Y TRINOMIO

$$(2a - b)(3a + 2b)$$

$$(3m + 5n)(2m - n)$$

$$(x + 2y - 3z)(x + 3y)$$

$$(p + 6q)(3p - 2q)$$

DEBER N° 13

Expresiones algebraicas

***Multiplicar las siguientes expresiones**

MONIMIO CON MONOMIO

$$6xy^4z^5 * 3x^3yz^4 =$$

$$2ab^2c^5 * 6a^5bc^3 =$$

$$5m^2n^3o^5 * 2m^6n^2o^{-1} =$$

$$20mn^5o^3p^2 * 3m^3n^4op^3 =$$

$$10pq^2r^3s^2 * 3p^2q^5r^6 =$$

$$3ab^4c^5d^2 * 2a^3b^5c^2 =$$

MONIMIO CON BINOMIO Y TRINOMIO

$$2x(5x + 15y - 3z) =$$

$$5a^4b^5(3a^2 + 32b^5 - 7a^7) =$$

$$3p^2q^3(p^2 - 5q^4 - 3p^2q) =$$

$$3x^4(2xy^2 - 5xy^3 - 2) =$$

$$2m^2n^3(4m^5 + 3m^2n^3 - 5m^5) =$$

$$5a^4b^8(2a^3 - ab^2 - 3a^3b) =$$

BINOMIO CON BINOMIO Y TRINOMIO

$$(p - 2q)(5p + q)$$

$$(5m - 2n)(3m - 4n)$$

$$(x + 3y - 5z) * (2x + 5y)$$

$$(2a - 5b)(3a - 4b)$$

ACTIVIDAD N° 14

Expresiones algebraicas

***Dividir las siguientes expresiones**

MONIMIO CON MONIMIO

$$\frac{10x^2y^4z}{2xyz} =$$

$$\frac{35m^3n^5o}{5mn^2o} =$$

$$\frac{15m^2no}{3no} =$$

$$\frac{32mnop^2}{8mnop^4} =$$

$$\frac{16xy^5z^2}{4xyz^4} =$$

$$\frac{50abcd^2}{5abc^4} =$$

$$\frac{9abc^2}{3abc^4} =$$

$$\frac{18a^5bc^4}{6a^2bc^2} =$$

$$\frac{25pqr^2}{5pqr^4} =$$

BINOMIO Y TRINOMIO CON MONIMIO

$$\frac{x^2+2x}{x} =$$

$$\frac{5a^3+25b}{5} =$$

$$\frac{3p^2+6q}{2} =$$

$$\frac{36a^2b-12a^5b^6}{6ab} =$$

$$\frac{48x^2y-12x^4y}{12xy} =$$

$$\frac{12ab-6a^2b^3}{6a} =$$

$$\frac{25m^3n-5m^4n^3}{5mn} =$$

$$\frac{5a^4bc-50a^4b^2c}{5abc} =$$

$$\frac{30m^2n-5m^4}{6m} =$$

DEBER N° 14

Expresiones algebraicas

***Dividir las siguientes expresiones**

MONIMIO CON MONIMIO

$$\frac{10x^2y^4z}{2xyz} =$$

$$\frac{35m^3n^5o}{5mn^2o} =$$

$$\frac{15m^2no}{3no} =$$

$$\frac{32mnop^2}{8mnop^4} =$$

$$\frac{16xy^5z^2}{4xyz^4} =$$

$$\frac{50abcd^2}{5abc^4} =$$

$$\frac{9abc^2}{3abc^4} =$$

$$\frac{18a^5bc^4}{6a^2bc^2} =$$

$$\frac{25pqr^2}{5pqr^4} =$$

BINOMIO Y TRINOMIO CON MONIMIO

$$\frac{3x^2+5x}{x} =$$

$$\frac{8m^3+4n}{2} =$$

$$\frac{2a^2+4b}{2} =$$

$$\frac{20s-10s^3t^5}{10s} =$$

$$\frac{25m^2n-10m^5n}{5mn} =$$

$$\frac{38mn-19m^2n^3}{19mn} =$$

$$\frac{45a^3b-5a^4b}{5ab} =$$

$$\frac{6pq-10p^5q^3}{2pq} =$$

$$\frac{15a^2b-5a^3}{5a} =$$

OPERACIONES COMBINADAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Concepto

Las operaciones combinadas son las que se encuentra enlazadas todas las operaciones básicas en un solo ejercicio.

Ejemplo

$$\begin{aligned}2a^2 - (a + b)(2a - 3b) - 8b(2a + 3b) &= \\&= 2a^2 - (2a^2 - 3ab + 2ab - 3b^2) - 16ab - 24b^2 \\&= 2a^2 - 2a^2 + 3ab - 2ab + 3b^2 - 16ab - 24b^2\end{aligned}$$

$$(2 - 2)a^2 = 0 a^2 \quad (3 - 2 - 16)ab = -15ab \quad (3 - 24)b^2 = -21b^2$$

$$= -15ab - 21b^2$$

$$\begin{aligned}4xy + (x - 2y)(x + 3y) - 4x(2x + 3y) + 10xy &= \\&= 4xy + (x^2 + 3xy - 2xy - 6y^2) - 8x^2 - 12xy + 10xy \\&= 4xy + x^2 + 3xy - 2xy - 6y^2 - 8x^2 - 12xy + 10xy \\(1 - 8)x^2 = -7x^2 \quad (4 + 3 - 2 - 12 + 10)xy &= 3xy \\&= -7x^2 + 3xy - 6y^2\end{aligned}$$

ACTIVIDAD N° 15

Operaciones combinadas con expresiones algebraicas

* Realizar las siguientes operaciones

$$3x + (x - 3)(x + 2) - \frac{36x^2}{18} =$$

$$4x(x + 2y - 8) + (2x - 4y)(x + 3y) - \frac{4x^2y}{2xy}$$

$$\frac{30m^2n}{5m} + 2m(4m + n) - (m + 2n)(3m - n) + m^2$$

$$(m + 3n)(m + 2n) + 2m(3m - n) + (2m - 4n)(m + 3n)$$

$$4x(3x + 2y) - (x + 2y)(x - y) + 2x(x - 2y) + (2x + 3y)(x - 2y)$$

$$(m + 3n)(m + 2n) + 2m(3m - n) + (2m - 4n)(m + 3n)$$

DEBER N° 14

Operaciones combinadas con expresiones algebraicas

* Realizar las siguientes operaciones

$$\frac{2x^2y}{x} + (x + 3y)(x + 2y) - 3x(x + 4y)$$

$$3xy - 3x(x + 2y) - \frac{18x^2y^3}{6xy^2} + (x + 2y)(x - 2y)$$

$$(2m - n)(3m + n) - 2m + 4(2m - n) + 4n^2 - \frac{36mn}{9m}$$

$$3x^2 + 5x(2x - 3y) + (x + 3y)(x - 3y) + 2x^2$$

ECUACIÓN E IGUALDAD

Igualdad

Una igualdad se compone de dos expresiones unidas por el signo **IGUAL**.

Ejemplo

$$\begin{aligned}2 + 3 &= 4 + 5 - 4 \\5 &= 9 - 4 \\5 &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}8 - 3 + 2 &= 4 + 3 \\10 - 3 &= 7 \\7 &= 7\end{aligned}$$

Ecuación

(Fortún, 2019) alude que una ecuación es una igualdad que se cumple para algunos valores de las letras y deberá cumplir la siguiente relación **X = R**.

Términos de una ecuación

Diagrama de una ecuación con términos etiquetados:

$$\frac{2x - 3}{\text{Primer miembro}} = \frac{3x + 2}{\text{Segundo miembro}}$$

Los términos $2x$, -3 , $3x$ y $+2$ están etiquetados como "Términos".

Ejemplo

$$\begin{aligned}3x + 2 &= 2x + 4 \\3x - 2x &= 4 - 2 \\x &= 2\end{aligned}$$

COMPROBACIÓN

$$\begin{aligned}3x + 2 &= 2x + 4 \\3(2) + 2 &= 2(2) + 4 \\6 + 2 &= 4 + 4 \\8 &= 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5x - 4 &= 2x + 2 \\5x - 2x &= 2 + 4 \\3x &= 6 \\x &= 6/3 \\x &= 2\end{aligned}$$

COMPROBACIÓN

$$\begin{aligned}5x - 4 &= 2x + 2 \\5(2) - 4 &= 2(2) + 2 \\10 - 4 &= 4 + 2 \\6 &= 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4(x + 1) &= 3(x - 1) \\4x + 4 &= 3x - 3 \\4x - 3x &= -3 - 4 \\x &= -7\end{aligned}$$

COMPROBACIÓN

$$\begin{aligned}4(x + 1) &= 3(x - 1) \\4(-7 + 1) &= 3(-7 - 1) \\4(-6) &= 3(-8) \\-24 &= -24\end{aligned}$$

Nota:

- 1.- Si un número está positivo pasa al otro lado negativo y viceversa.
- 2.- Si un número está multiplicando pasa al otro lado dividiendo y viceversa.
- 3.- Si un número está potencia pasa al otro lado raíz y viceversa.

Ecuación en fracción

Fracción a fracción

$$\begin{aligned}\frac{x+3}{2} &= \frac{x-2}{3} \\ 3x+9 &= 2x-4 \\ 3x-2x &= -4-9 \\ x &= -13\end{aligned}$$

COMPROBACIÓN

$$\begin{aligned}\frac{x+3}{2} &= \frac{x-2}{3} \\ \frac{-13+3}{2} &= \frac{-13-2}{3} \\ \frac{-10}{2} &= \frac{-15}{3} \\ -5 &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{2x-2}{2} &= \frac{2x-1}{3} \\ 6x-6 &= 4x-2 \\ 6x-4x &= -2+6 \\ 2x &= 4 \\ x &= 4/2 \\ x &= 2\end{aligned}$$

COMPROBACIÓN

$$\begin{aligned}\frac{2x-2}{2} &= \frac{2x-1}{3} \\ \frac{2(2)-2}{2} &= \frac{2(2)-1}{3} \\ \frac{4-2}{2} &= \frac{4-1}{3} \\ \frac{2}{2} &= \frac{3}{3} \\ 1 &= 1\end{aligned}$$

Quando es **fracción a fracción** este se multiplica en **X** y se resuelve normalmente

Fracción en suma y resta

$$\begin{aligned}\frac{x}{2} + 1 &= \frac{2x}{3} + \frac{1}{2} \\ \text{mcm} &= 6 \\ 3x+6 &= 4x+3 \\ 3x-4x &= 3-6 \\ -x &= -3 \\ x &= 3\end{aligned}$$

COMPROBACIÓN

$$\begin{aligned}\frac{x}{2} + 1 &= \frac{2x}{3} + \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} + 1 &= \frac{2(3)}{3} + \frac{1}{2} \\ \frac{5}{2} &= \frac{6}{3} + \frac{1}{2} \\ \frac{5}{2} &= \frac{5}{2}\end{aligned}$$

Quando es **fracción en suma o resta** se realizará un **MCM**

ACTIVIDAD N° 15

Ecuación e igualdad

*** Realizar las siguientes ecuaciones y su comprobación**

a) $x + 5 = -1$

b) $3x - 4 = 2x + 1$

c) $4x - 3 = 2x + 1$

d) $3x + 3 - x = x + 2$

e) $3(x - 1) = 2(x + 3)$

f) $5(x + 3) = 2(x + 3)$

g) $4(x + 2) = 3(x + 1) - 2$

h) $2(x + 1) = x - 3$

i) $2x + 5 = x - 2$

j) $x + 3 = 3(x + 1) + 2$

DEBER N° 15

Ecuación e igualdad

* Realizar las siguientes ecuaciones y su comprobación

a) $x - 2 = 5$

b) $5x - 1 = 4x - 3$

c) $3x - 1 = x + 3$

d) $4x + 1 - x = x + 5$

e) $5(x - 4) = 4(x - 1)$

f) $3(x + 2) = x - 2$

g) $3(x - 1) = 2(x + 2) - 3$

h) $3(x + 2) = 2x - 5$

i) $4x + 1 = 3x - 3$

j) $2x + 5 = 3(x + 3) + 2$

ACTIVIDAD N° 16

Ecuación e igualdad

* Realizar las siguientes ecuaciones de fracciones

a) $\frac{x+5}{2} = \frac{x-1}{3}$

b) $\frac{2x-1}{3} = \frac{3x+2}{4}$

c) $\frac{x+2}{4} = \frac{x-3}{5}$

d) $\frac{x-3}{7} = \frac{x+2}{6}$

e) $\frac{x+3}{2} = \frac{x+2}{3}$

f) $\frac{6x+5}{17} = \frac{x-1}{3}$

g) $\frac{x}{5} + 2 = x - \frac{1}{3}$

h) $\frac{2x}{3} - 1 = x - \frac{1}{2} + \frac{x}{5}$

i) $\frac{x}{2} + 1 = x - \frac{1}{5}$

j) $\frac{x}{5} - 2 = \frac{x}{2} - \frac{5}{3}$

DEBER N° 16

Ecuación e igualdad

* Realizar las siguientes ecuaciones de fracciones

$$\text{a) } \frac{x-2}{5} = \frac{x+3}{4}$$

$$\text{b) } \frac{2x+3}{3} = \frac{3x-2}{4}$$

$$\text{c) } \frac{x+1}{7} = \frac{x-2}{6}$$

$$\text{d) } \frac{x+4}{5} = \frac{x-3}{4}$$

$$\text{e) } \frac{x+1}{8} = \frac{x-3}{7}$$

$$\text{f) } \frac{4x+7}{19} = \frac{x-2}{3}$$

$$\text{g) } \frac{x}{4} + 1 = x + \frac{1}{2}$$

$$\text{h) } \frac{4x}{5} - 2 = x - \frac{1}{3} + \frac{2x}{5}$$

$$\text{i) } \frac{x}{3} + 2 = x - \frac{1}{5}$$

$$\text{j) } \frac{x}{2} - 1 = \frac{x}{5} - \frac{4}{3}$$

DIVISIÒN SINTETICA

Concepto

(Alpízar) afirma que la división sintética se utiliza para dividir un polinomio entre otro polinomio y su aplicación principal es determinar los ceros de un polinomio.

Pasos para dividir

- 1.- Observar si los exponentes se encuentran de mayor a menor
- 2.- Si falta algún exponente, se deberá dejar un espacio
- 3.- Para dividir una variable siempre el cociente deberá ser un exponente menor
- 4.- Al multiplicar el resultado debe ser de signo contrario.

Ejemplo

$$\frac{x^3+1}{x-2} = x^2 + 2x + 4$$

DIVIDENDO \leftarrow x^3 \quad $+ 1$ $\left|$ $x - 2$ \rightarrow **DIVISOR**

$-x^3 + 2x^2$ \quad $x^2 + 2x + 4$ \rightarrow **COCIENTE**

\quad $2x^2 \quad + 1$

\quad $- 2x^2 + 4x$

\quad $4x + 1$

\quad $- 4x + 8$

\quad 9 \rightarrow **RESIDUO**

$$\frac{6x^3+3x+1}{x+2} = 6x^2 - 12x + 27$$

$6x^3$ \quad **$+ 3x + 1$** $\left|$ **$x + 2$**

$- 6x^3 - 12x^2$ \quad **$6x^2 - 12x + 27$**

$- 12x^2 + 3x$

$+ 12x^2 + 24x$

$+ 27x + 1$

$- 27x - 54$

$- 53$

ACTIVIDAD N° 17

División sintética

* Realizar las siguientes ecuaciones de fracciones

$$\text{a) } \frac{x^2 + 2x - 8}{x+1} =$$

$$\text{b) } \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 5}{x-1} =$$

$$\text{c) } \frac{2x^3 + 3x - 10}{x+2} =$$

$$\text{d) } \frac{3x^3 - 5x^2 + 3}{x-1} =$$

$$\text{e) } \frac{x^4 + 3x - 1}{x+1} =$$

$$\text{f) } \frac{x^4 + 2x^2 - 25}{x+2} =$$

$$\text{g) } \frac{x^6 - 2x^4 + 5x - 1}{x-1} =$$

$$\text{h) } \frac{x^8 - 3x^5 + 5x - 2}{x+1} =$$

DEBER N° 17

División sintética

* Realizar las siguientes ecuaciones de fracciones

$$\text{a) } \frac{x^2 + 3x - 5}{x+1} =$$

$$\text{b) } \frac{x^3 - 3x^2 + 5x - 1}{x-1} =$$

$$\text{c) } \frac{3x^3 + 4x - 8}{x+2} =$$

$$\text{d) } \frac{2x^3 - 7x^2 + 1}{x-1} =$$

$$\text{e) } \frac{3x^4 + 5x - 6}{x+1} =$$

$$\text{f) } \frac{2x^4 + 5x^2 - 10}{x+2} =$$

$$\text{g) } \frac{x^6 - 4x^4 + 3x - 7}{x-1} =$$

$$\text{h) } \frac{x^8 - 4x^5 + 2x - 1}{x+1} =$$

MÉTODO RUFFINI

Concepto

(Llopis, 2016) menciona que el método de ruffini se realiza para simplificar la división sintética. Este método es uno de los casos especiales de factorización.

Pasos para dividir

- 1.- Observar si los exponentes se encuentran de mayor a menor
- 2.- Si falta algún exponente, se deberá poner un cero.
- 3.- Para dividir una variable siempre el divisor debe ser signo contrario al que muestra el denominador
- 4.- Para obtener los números de la solución primero se multiplica y luego sumar o restar.

Ejemplo

$$\frac{5x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 7x + 3}{x-1}$$

	5	-3	2	-7	3	
1		5	2	4	-3	
	5	2	4	-3	0	← RESTO

COCIENTE $5x^3 + 2x^2 + 4x - 3$

$$\frac{2x^4 - 6x^3 + 9x + 8}{x-2} = 2x^3 - 2x^2 - 4x + 1$$

2	-6	+0	+9	+8	
	4	-4	-8	2	2
-2	-4	1	10		

ACTIVIDAD N° 18

Método de Ruffini

* Realizar las siguientes ecuaciones de fracciones

$$\text{a) } \frac{x^2 + 2x - 8}{x+1} =$$

$$\text{b) } \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 5}{x-1} =$$

$$\text{c) } \frac{2x^3 + 3x - 10}{x+2} =$$

$$\text{d) } \frac{3x^3 - 5x^2 + 3}{x-1} =$$

$$\text{e) } \frac{x^4 + 3x - 1}{x+1} =$$

$$\text{f) } \frac{x^4 + 2x^2 - 25}{x+2} =$$

$$\text{g) } \frac{x^6 - 2x^4 + 5x - 1}{x-1} =$$

$$\text{h) } \frac{x^8 - 3x^5 + 5x - 2}{x+1} =$$

DEBER N° 18

Método de Ruffini

* Realizar las siguientes ecuaciones de fracciones

$$\text{a) } \frac{x^2 + 3x - 5}{x+1} =$$

$$\text{b) } \frac{x^3 - 3x^2 + 5x - 1}{x-1} =$$

$$\text{c) } \frac{3x^3 + 4x - 8}{x+2} =$$

$$\text{d) } \frac{2x^3 - 7x^2 + 1}{x-1} =$$

$$\text{e) } \frac{3x^4 + 5x - 6}{x+1} =$$

$$\text{f) } \frac{2x^4 + 5x^2 - 10}{x+2} =$$

$$\text{g) } \frac{x^6 - 4x^4 + 3x - 7}{x-1} =$$

$$\text{h) } \frac{x^8 - 4x^5 + 2x - 1}{x+1} =$$

FUNCIÓN LINEAL

Concepto

(Serra, 2015) nos afirma que una función lineal es una función que representa analíticamente una ecuación de primer grado, donde el dominio y codominio pertenece a los números reales.

Su gráfica es una **línea recta** dependiendo su función.

Función afín. - Es la recta que no pasa por el punto de origen

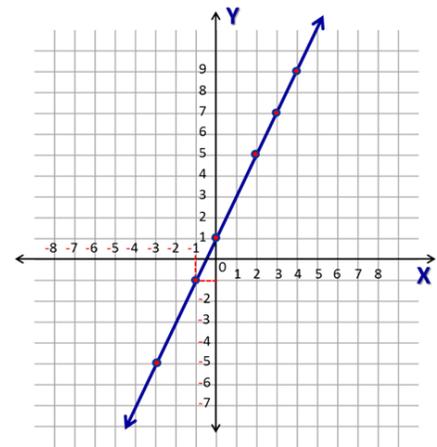
Función lineal. - Es la recta que no pasa por el punto de origen.

Ejemplo

$$y = 2x + 1$$

x	y
-3	-5
-1	-1
0	1
2	5
3	7
4	9

$$\begin{aligned}
 2x + 1 \\
 2(-3) + 1 &= -6 + 1 = -5 \\
 2(-1) + 1 &= -2 + 1 = -1 \\
 2(0) + 1 &= 0 + 1 = 1 \\
 2(2) + 1 &= 4 + 1 = 5
 \end{aligned}$$

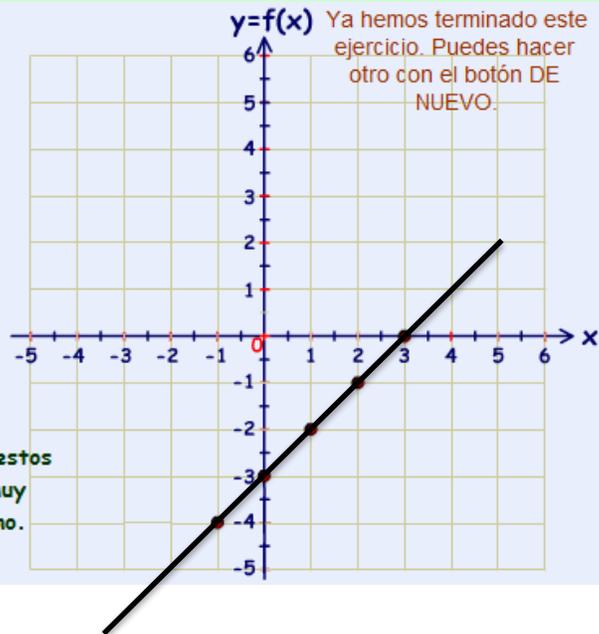


$$f(x) = x - 3$$

tabla de valores

x	1 . (x)	-3
-1	1 . (-1)	-3 = -4
0	1 . (0)	-3 = -3
1	1 . (1)	-3 = -2
2	1 . (2)	-3 = -1
3	1 . (3)	-3 = 0

No precisamos mas puntos. Con estos puedes trazar la recta. Sería muy bueno que lo hagas en tu cuaderno.



ACTIVIDAD N° 19

Función lineal

* Realizar las siguientes ecuaciones de fracciones

a) $y = x + 2$

b) $y = x - 4$

c) $y = 2x + 1$

d) $y = 3x - 2$

e) $y = 3x - 1$

f) $y = x + 3$

DEBER N° 19

Función lineal

*** Realizar las siguientes ecuaciones de fracciones**

a) $y = x + 5$

b) $y = x - 2$

c) $y = 3x + 2$

d) $y = 4x - 5$

e) $y = 2x - 7$

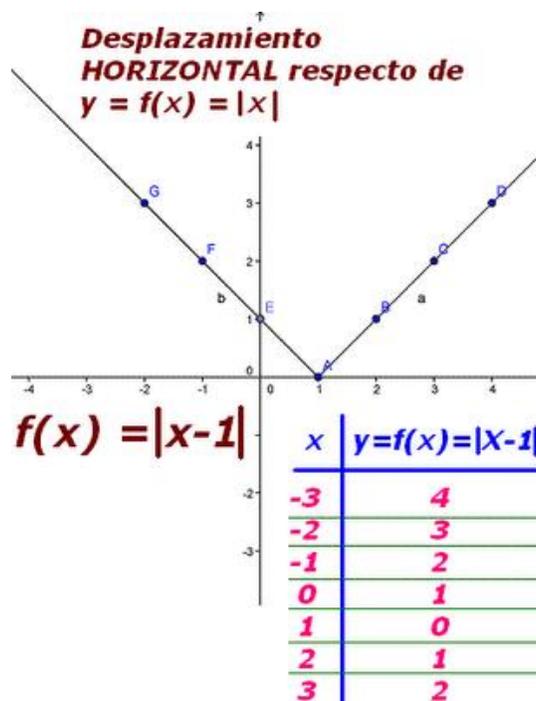
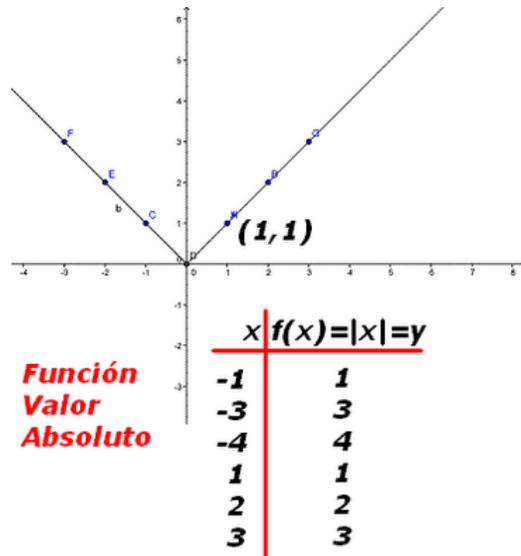
f) $y = x + 7$

FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO

Concepto

La función de valor absoluto tiene por ecuación una ecuación del mismo tema, definida de la siguiente manera $f(x) = |x|$, donde estas funciones representan distancias; por lo tanto, siempre será positiva o nula.

Ejemplo



ACTIVIDAD N° 20

Función valor absoluto

*** Realizar las siguientes ecuaciones de fracciones**

a) $y = |x| + 2$

b) $y = |x| - 4$

c) $y = |2x| + 1$

d) $y = |3x| - 2$

e) $y = |3x - 1|$

f) $y = |x + 3|$

DEBER N° 20

Función valor absoluto

*** Realizar las siguientes ecuaciones de fracciones**

a) $y = |x| + 5$

b) $y = |x| - 2$

c) $y = |3x| + 2$

d) $y = |4x| - 5$

e) $y = |2x - 7|$

f) $y = |x + 7|$

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICA

Concepto

Las funciones trigonométricas parten del **triángulo rectángulo**, existiendo seis funciones elementales, entre ellas **tres** son **básicas** y las otras son **recíprocas**.

Para resolver cada una de las funciones debemos tener en cuenta los siguientes puntos.

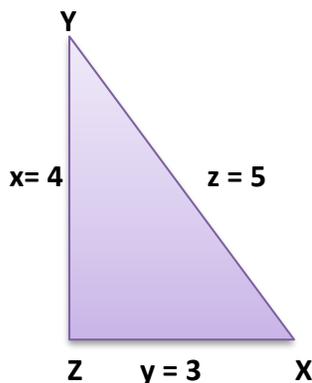
CATETO OPUESTO	Es el lado que se encuentra alejado del ángulo
CATETO ADYACENTE	Es el lado que se encuentra cercano al ángulo
HIPOTENUSA	Es el lado inclinado y el que no es perpendicular al triángulo

Las funciones trigonométricas elementales son:

FUNCIONES	SIMBOLOGÍA
SENO	<i>Sen</i>
COSENO	<i>Cos</i>
TANGENTE	<i>Tan</i>
COTANGENTE	<i>Cot</i>
SECANTE	<i>Sec</i>
COSECANTE	<i>Csc</i>

$$\begin{aligned} \text{Sen } \beta &= \frac{\text{cat. opuesto}}{\text{hipotenusa}} \\ \text{Cos } \beta &= \frac{\text{cat. adyacente}}{\text{hipotenusa}} \\ \text{Tan } \beta &= \frac{\text{cat. opuesto}}{\text{cat. adyacente}} \\ \text{Cot } \beta &= \frac{\text{cat. adyacente}}{\text{cat. opuesto}} \\ \text{Sec } \beta &= \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cat. adyacente}} \\ \text{Csc } \beta &= \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cat. opuesto}} \end{aligned}$$

Ejemplo



$$\text{Sen } Y = \frac{y}{z} = \frac{3}{5}$$

$$\text{Cos } Y = \frac{x}{z} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Tan } Y = \frac{y}{x} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Cot } Y = \frac{x}{y} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Sec } Y = \frac{z}{x} = \frac{5}{4}$$

$$\text{Csc } Y = \frac{z}{y} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Sen } X = \frac{x}{z} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Cos } X = \frac{y}{z} = \frac{3}{5}$$

$$\text{Tan } X = \frac{x}{y} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Cot } X = \frac{y}{x} = \frac{3}{4}$$

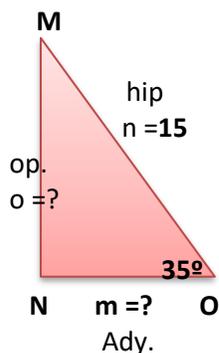
$$\text{Sec } X = \frac{z}{y} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Csc } X = \frac{z}{x} = \frac{5}{4}$$

Resolución de triángulos

Para realizar los siguientes triángulos rectángulos debemos identificar si el triángulo recto es **LADO-ÁNGULO (LA)** o **LADO-LADO (LL)**.

LADO-ÁNGULO (LA)



$$\text{Sen } 35 = \frac{o}{15}$$

$$o = 15 \times \text{Sen } 35$$

$$o = 8.60$$

$$\text{Cos } 35 = \frac{m}{15}$$

$$m = 15 \times \text{Cos } 35$$

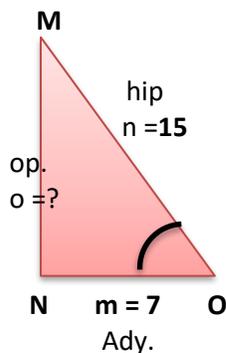
$$m = 12.29$$

$$M^\circ = 90 - 35$$

$$M^\circ = 55$$

Recordemos si la incógnita se encuentra en el numerador se **MULTIPLICA** caso contrario se **DIVIDE**

LADO-LADO (LL)



$$\text{Cos } O = \frac{m}{n}$$

$$\text{Cos } O = \frac{7}{15}$$

$$O^\circ = \text{Cos}^{-1}\left(\frac{7}{15}\right)$$

$$O^\circ = 62.18 \approx 62$$

$$\text{Sen } 62 = \frac{o}{15}$$

$$o = 15 \times \text{Sen } 62$$

$$o = 13.24$$

$$M^\circ = 90 - 62$$

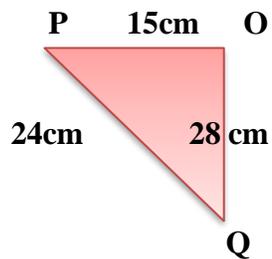
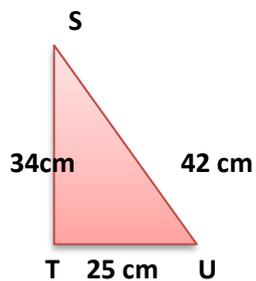
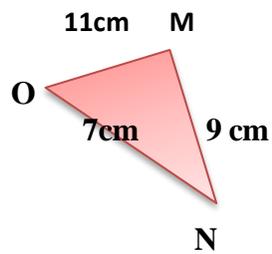
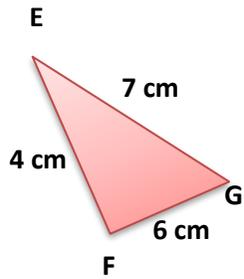
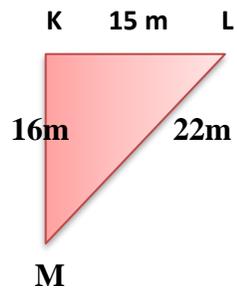
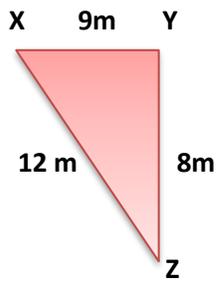
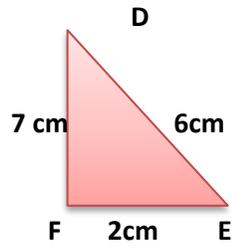
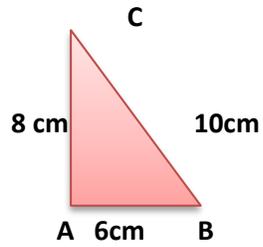
$$M^\circ = 28$$

Para calcular el ángulo se debe aplicar las funciones a la inversa y siempre se escribe con letra mayúscula

ACTIVIDAD N° 21

Funciones trigonométricas

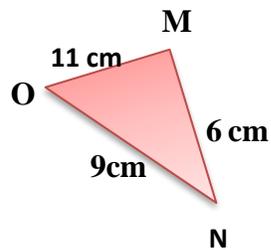
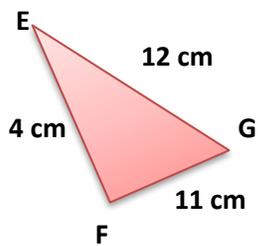
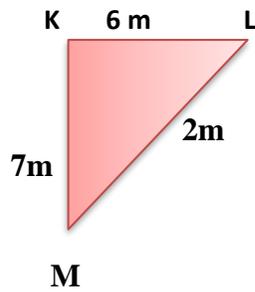
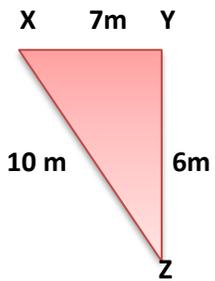
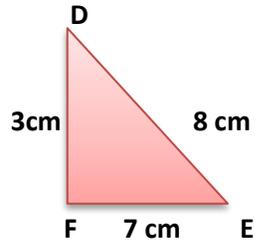
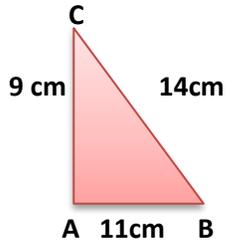
Identificar todas las funciones trigonométricas existentes en cada triángulo rectángulo



DEBER N° 21

Funciones trigonométricas

Identificar todas las funciones trigonométricas existentes en cada triángulo rectángulo

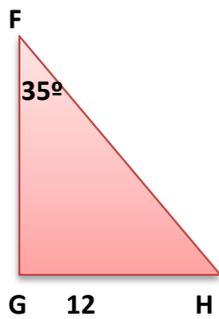
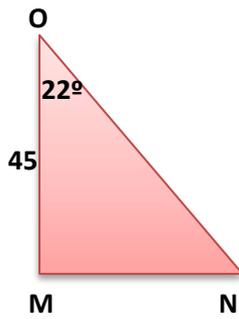
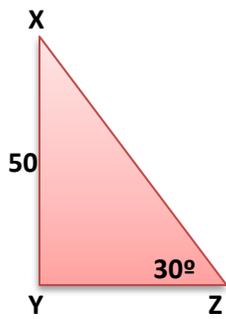
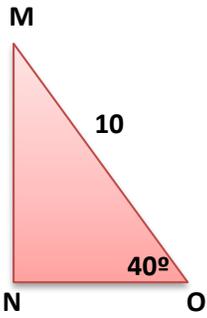


ACTIVIDAD N° 22

Funciones trigonométricas

Resolver los siguientes triángulos rectángulos

LADO-ÁNGULO (LA)

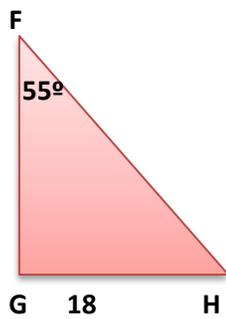
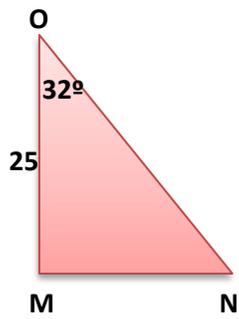
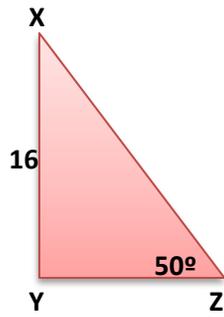
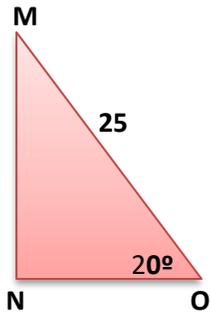


DEBER N° 22

Funciones trigonométricas

Resolver los siguientes triángulos rectángulos

LADO-ÁNGULO (LA)

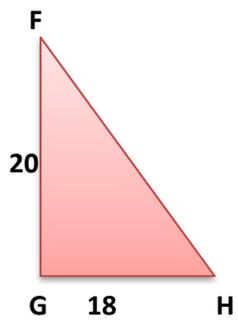
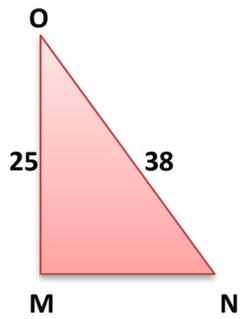
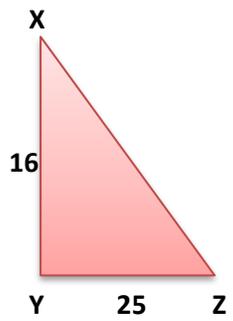
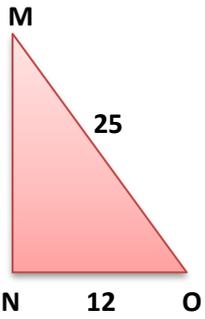


ACTIVIDAD N° 23

Funciones trigonométricas

Resolver los siguientes triángulos rectángulos

LADO-LADO (LL)

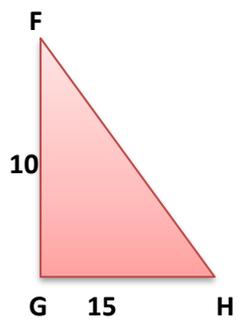
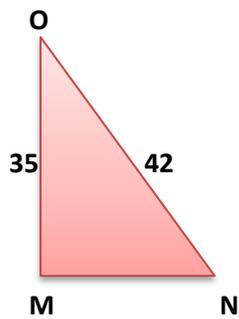
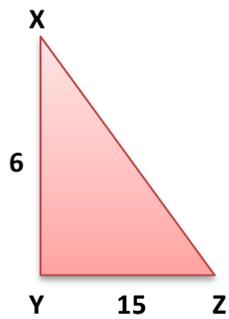
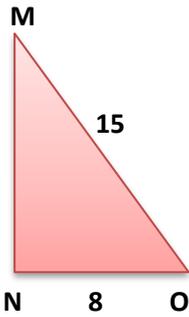


DEBER N° 23

Funciones trigonométricas

Resolver los siguientes triángulos rectángulos

LADO-LADO (LL)



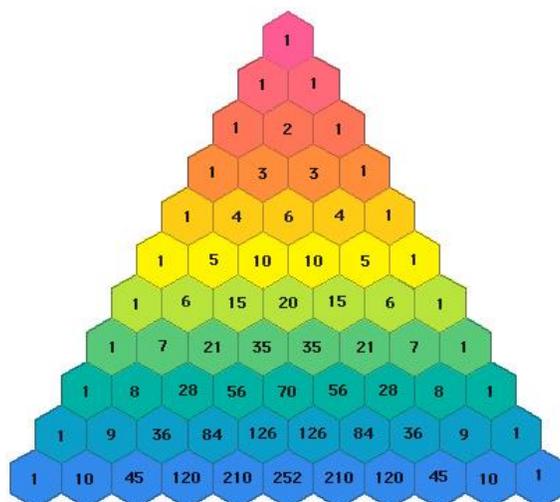
TRIÁNGULO DE PASCAL

Concepto

Es una representación de los coeficientes binomiales ordenados en forma triangular. Es llamado así en honor del matemático francés BLAISE PASCAL en 1654.

Construcción del triángulo

- 1.- En la parte superior comienza con el **1**.
- 2.- Cada extremo se colocará el **1** cuando se requiere cambiar de exponente.
- 3.- Los números que se encuentra en la parte central de cada exponente se sumará con el anterior



Ejemplos

$$\begin{aligned}(a + b)^4 &= 1 (a)^4(b)^0 + 4 (a)^3(b)^1 + 6 (a)^2(b)^2 + 4 (a)^1(b)^3 + 1 (a)^0(b)^4 \\ &= 1 * a^4 * 1 + 4 * a^3 * b + 6 * a^2 * b^2 + 4 * a * b^3 + 1 * 1 * b^4 \\ &= a^4 + 4 a^3 b + 6 a^2 b^2 + 4 a b^3 + b^4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x^2 - 2y)^5 &= 1(x^2)^5(2y)^0 - 5(x^2)^4(2y)^1 + 10(x^2)^3(2y)^2 - 10(x^2)^2(2y)^3 + 5(x^2)^1(2y)^4 - 1(x^2)^0(2y)^5 \\ &= 1 * x^{10} * 1 - 5 * x^8 * 2y + 10 * x^6 * 4y^2 - 10 * x^4 * 8y^3 + 5 * x^2 * 16y^4 - 1 * 1 * 32y^5 \\ &= x^{10} - 10 x^8 y + 40 x^6 y^2 - 80 x^4 y^3 + 80 x^2 y^4 - 32y^5\end{aligned}$$

Procedimiento:

1. Ponemos los coeficientes del exponente asignado
- 2.- Procedemos a poner los términos con sus exponentes de mayor a menor y viceversa

ACTIVIDAD N° 24

Triángulo de pascal

* Realizar los siguientes ejercicios

$$(a + b)^4 =$$

$$(2x - y)^5 =$$

$$(a^3 + b^3)^3 =$$

$$(2ab - 5c)^2 =$$

$$(3m^3n - 2)^6 =$$

$$(p - q^2)^7 =$$

$$(1 + b)^{10} =$$

$$(x - y)^{12} =$$

DEBER N° 24

Triángulo de pascal

*** Realizar los siguientes ejercicios**

$$(p - 2)^4 =$$

$$(3x - y)^4 =$$

$$(3a^3 + 4b^3)^3 =$$

$$(2ab - 7c)^2 =$$

$$(m^4n - 2p)^5 =$$

$$(p - q^4)^7 =$$

$$(2 + a)^{10} =$$

$$(x - y)^{11} =$$

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

Concepto

La **estadística descriptiva** es la rama de la estadística que recolecta, analiza y caracteriza un conjunto de datos, puede ser el peso de una población, beneficios diarios de una empresa, o varias situaciones para la recolección de datos, con el objetivo de **describir** las características y comportamientos de este conjunto mediante **medidas de resumen, tablas o gráficos**.

Variables estadísticas

Las **variables estadísticas** se pueden clasificar por diferentes criterios. Según su medición existen dos tipos de variables:

Cualitativa (o categórica): son las variables que pueden tomar como valores cualidades o categorías.

Ejemplos:

Género masculino, femenino)

Salud mental (buena, regular, mala)

Cuantitativas (o numérica): variables que toman valores numéricos.

Ejemplos:

Número de computadoras (1, 2...). Discreta.

Peso (35,41; 25,10; 35...). Continua.

Tabla de frecuencias

Se trata de la recolección de datos como una información numérica necesaria para ayudar a tomar una decisión como más bases en una situación particular.

Los datos pueden clasificarse en:

Datos discretos

Son respuestas numéricas que surgen de un proceso de conteo

Datos continuos

Son respuestas numéricas que surgen de un proceso de medición.

Frecuencia. - La frecuencia es una medida que sirve para comparar la aparición de un elemento X_i en un conjunto de elementos (X_1, X_2, \dots, X_N)

Frecuencia absoluta. - La frecuencia absoluta (n_i) de un valor x_i es el número de veces que el valor está en el conjunto (X_1, X_2, \dots, X_N) .

Frecuencia absoluta acumulada. - La frecuencia absoluta acumulada (N_i) de un valor x_i del conjunto, es la suma de las frecuencias absolutas consecutivamente excepto el primer valor, es decir: suma de las frecuencias $N_i = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_i$

Frecuencia relativa. - La frecuencia relativa (f_i) de un valor X_i es la frecuencia absoluta dividida por el número total de elementos N :

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

Frecuencia relativa acumulada. - Definimos la frecuencia relativa acumulada (F_i) de un valor X_i , la suma consecutiva de las frecuencias relativas excepto del primero.

X_i	Frecuencia absoluta (n_i)	Frecuencia absoluta acumulada (N_i)	Frecuencia relativa ($f_i = n_i/N$)	Frecuencia relativa acumulada ($F_i = N_i/N$)
1	7	7	0,06	0,06
2	19	26	0,15	0,21
3	25	51	0,20	0,41
4	12	63	0,10	0,50
5	23	86	0,18	0,69
6	15	101	0,12	0,81
7	8	109	0,06	0,87
8	16	125	0,13	1,00
Total	125	125	1	1

Construcción de la tabla de frecuencias

1. En la primera columna se ordenan de menor a mayor los diferentes valores que se recolecto en el conjunto de datos.
2. En las siguientes columnas (segunda y tercera) se escriben las frecuencias absolutas y las frecuencias absolutas acumuladas.
3. Las columnas cuarta y quinta se calculan las frecuencias relativas y las frecuencias relativas acumuladas.
4. Adicionalmente (opcional) se pueden incluir la columna sexta, representando el porcentaje, donde se obtiene multiplicando la frecuencia relativa por el 100%.

MEDIA, MEDIANA Y MODA

Media

También llamada **promedio** o **media aritmética** de un conjunto de datos (X_1, X_2, \dots, X_N) al valor característico de una serie de datos resultado de la suma de todas las observaciones dividido por el número total de datos.

$$Media(X) = \bar{x} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_N}{N}$$

Mediana

La **mediana** $Me(X)$ es el elemento de un conjunto de datos ordenados (X_1, X_2, \dots, X_N) que **deja a izquierda y derecha la mitad de valores**. La mediana solo se podrá calcular si la variable es cuantitativa

Variables impar \Rightarrow Se escoge la medida central

Variables par \Rightarrow Se escoge las dos medidas centrales $\Rightarrow Me = \frac{x_1 + x_2}{-}$

Moda

La **moda** $Mo(X)$ es el valor más repetido del conjunto de datos, es decir, el valor cuya frecuencia relativa es mayor. En un conjunto puede haber más de una moda.

DIAGRAMA TALLO Y HOJA

El **diagrama de tallo y hojas** (Stem-and-Leaf Diagram) es un semigráfico que permite presentar la distribución de una variable cuantitativa. Consiste en separar cada dato en el último dígito (que se denomina **hoja**) y las cifras delanteras restantes (que forman el **tallo**

Es especialmente útil para conjuntos de datos de tamaño medio (**entre 20 y 50 elementos**) y que sus datos no se agrupan alrededor de un único tallo. Con él podemos hacernos la idea de qué distribución tienen los datos, la asimetría, etc.

Tallo	Hoja
4	4 5 9
5	0 2 3 3 4 4 6 7 7 7 8
6	1 2 2 3 4 7 8 9
7	0 1 1 2 3 4 4 5 6 6 8 9
8	0 1 3 5

Histograma

También llamado **diagrama de barras** es un gráfico que se utiliza para representar datos de variables cualitativas o discretas. Está formado por **barras** rectangulares cuya altura es proporcional a la frecuencia de cada uno de los valores de la variable.



Las principales características del diagrama de barras son:

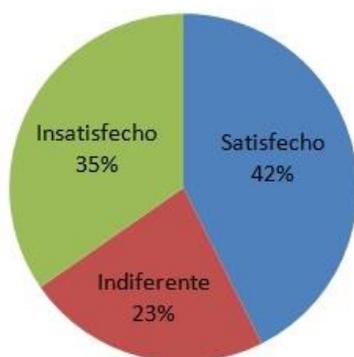
- En el **eje de abscisas** se colocan las cualidades de la variable, si la variable es cualitativa, o los valores de dicha variable, si es discreta.
- En el **eje de ordenadas** se colocan las barras proporcionales a la frecuencia relativa o absoluta del dato.

- Las barras pueden ser **horizontales o verticales**, según donde se reflejen los valores de la variable.
- Todas las barras deben tener el **mismo ancho** y no deben superponerse las unas con las otras.

Diagrama circular

El **diagrama circular** (también llamado **diagrama de sectores** o **diagrama de pastel**) sirve para representar variables cualitativas o discretas. Se utiliza para representar la proporción de elementos de cada uno de los valores de la variable.

Consiste en partir el círculo en porciones proporcionales a la frecuencia relativa. Entiéndase como porción la parte del círculo que representa a cada valor que toma la variable.



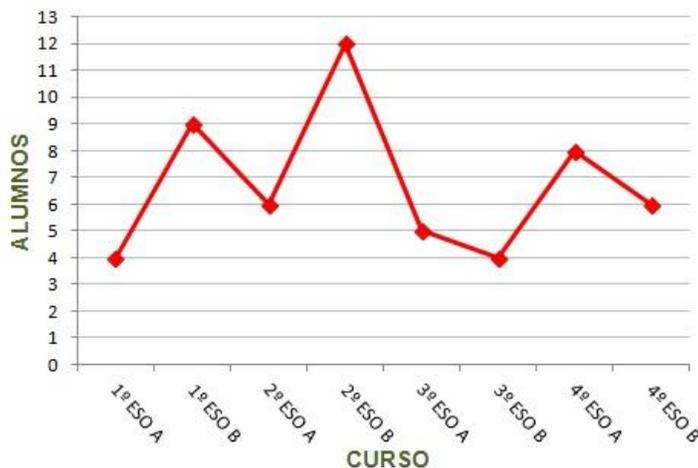
Se escoge los valores de los porcentajes

$$\theta = \frac{\% * 360^\circ}{100 \%}$$

Diagrama de dispersión

El polígono de frecuencias es un gráfico que permite la rápida visualización de las frecuencias de cada una de las categorías del estudio.

Normalmente se utiliza el polígono de frecuencias con frecuencias absolutas, pero también se utiliza con frecuencias relativas.



ACTIVIDAD N° 25

Estadística descriptiva

*** Realizar los siguientes ejercicios armando la tabla de frecuencia**

En una encuesta realizada por empresa de GASEOSAS S.A, querían saber cuál es la bebida más consumida en su país; en cual obtuvieron COCA COLA 83, SRITE 22, FIORAVANTI 15, FANTA 25, PEPSI 45 y GALLITO 10. Esto se realizó a 200 personas

Hay 50 personas en una clase de matemáticas, en la cual se tomó un examen y obtuvieron las siguientes notas: 20 NOTAS DE 15, 5 NOTAS DE 16,17, 18 y 20, 10 NOTAS DE 19

En una empresa realizó una encuesta a sus 100 trabajadores para decidir las bebidas y de ellas escoger la mejor de ellas entre sus datos fueron 20 agua, 30 jugo de naranja, 40 gaseosa y 10 guitic.

ACTIVIDAD N° 26

Estadística descriptiva

*** Realizar con los ejercicios anteriores calcular, media, mediana y moda**

ACTIVIDAD N° 27

Estadística descriptiva

*** Realizar con los ejercicios anteriores graficar el histograma**

ACTIVIDAD N° 28

Estadística descriptiva

*** Realizar con los ejercicios anteriores graficar el diagrama circular**

ACTIVIDAD N° 29

Estadística descriptiva

*** Realizar con los ejercicios anteriores graficar diagrama de dispersión**

BIBLIOGRAFÍA

- Alpízar, A. B. (s.f.). *Revista Matemáticas, Educación e Internet*. Obtenido de <https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/ContribucionesV3n3002/0divisint/node1.html>
- Artacho, A. (24 de Noviembre de 2017). *MatematicasCercanas*. Obtenido de <https://nmas1.org/blog/2017/11/25/progresion-aritmetica>
- Cabrejos, M. (21 de Septiembre de 2020). *matemathweb*. Obtenido de <https://matemathweb.com/razonamiento-matematico/sucesiones-numericas/>
- Escobar, K. T. (2015). *EspacioHonduras*. Obtenido de <https://www.espaciahonduras.net/matematicas/operaciones-basicas-en-matematicas>
- Escudero, A. H. (Mayo de 2014). *Universidad Veracruzana*. Obtenido de <https://www.uv.mx/personal/aherrera/files/2014/08/50b.-EXPRESIONES-ALGEBRAICAS-ENTERAS.pdf>
- Fortún, M. (06 de Julio de 2019). *Economipedia.com*. Obtenido de <https://economipedia.com/definiciones/ecuacion.html>
- Llopis, J. (14 de Octubre de 2016). *matesfacil*. Obtenido de <https://www.matesfacil.com/pitagoras/problemas-resueltos-pitagoras.html>
- Raffino, M. E. (12 de Julio de 2020). *Concepto.de*. Obtenido de <https://concepto.de/numeros-enteros/>
- Ruiz, L. V. (11 de Enero de 2017). *Espacio Procomún Educativo*. Obtenido de <http://procomun.educalab.es/es/articulos/operaciones-basicas>
- Serra, B. R. (2015). *Universo Formulas*. Obtenido de <https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/funcion-lineal/>

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE BABAHOYO



EDITORIAL
UNIVERSIDAD
TÉCNICA DE BABAHOYO



ISBN: 978-9942-8949-6-0



9 789942 894960

